Válogatott fejezetek az analízisből 7. gyakorlat (nov. 2.)

Hétfő (nov. 2.) 10:00-ig írjátok meg, mely feladatokat tudtátok megcsinálni a 41.-43. feladatok közül. (A 39. és 40. feladotokról már korábban kellett nyilatkozni.)

A teljesség kedvéért a 6. feladatsoron már szereplő, de a 7. gyakorlatra szánt feladatok is itt vannak. Ahhoz képest csak a 43. új feladat.

39. Mutassuk meg, hogy létezik általánosított limesz, azaz LIM : {korlátos valós sorozatok} $\to \mathbb{R}$ leképezés, ami lineáris és $\liminf a_n \leq \mathrm{LIM}(a_n) \leq \limsup a_n$.

40. Lássuk be, hogy ha μ bal Haar mérték a G lokálisan kompakt topologikus csoporton, $f \in C_c(G)$ és $y \in G$, akkor $\int_G f(yx)\,\mathrm{d}\mu(x) = \int_G f(x)\,\mathrm{d}\mu(x)$.

41. Határozzuk meg $\mathbb{R} \times \mathbb{R}_d$ Haar-mértékét, ha a két regularitási axióma helyett azt követeljük meg a Haar-mértéktől, hogy minden Borel halmaz belülről kompaktakkal közelíthető legyen.

42. Van eltolásinvariáns általánosított limesz, azaz LIM : {korlátos valós sorozatok} $\to \mathbb{R}$, ami lineáris, $\liminf_{n\to\infty} a_n \leq \mathrm{LIM}((a_n)_{n\in\mathbb{N}}) \leq \limsup_{n\to\infty} a_n$ és $\mathrm{LIM}((a_n)_{n\in\mathbb{N}}) = \mathrm{LIM}((a_{n+1})_{n\in\mathbb{N}})$ tetszőleges $(a_n)_{n\in\mathbb{N}} \subset \mathbb{R}$ korlátos sorozat esetén.

43. Legyen G lokálisan kompakt topologikus csoport, μ bal Haar mérték és $\varphi, \psi \in C(G)$. Bizonyítsuk be, hogy ha $\int \varphi \cdot f\,\mathrm{d}\mu = \int \psi \cdot f\,\mathrm{d}\mu$, minden $f \in C_c(G)$-re, akkor $\varphi \equiv \psi$.

A feladatsorok elérhetőek a `https://keletita.web.elte.hu` oldalon.