Válogatott fejezetek az analízisből 11. gyakorlat (nov. 30.)

Hétfő 10:00-ig írjátok meg, mely feladatokat tudtátok megcsinálni.

58. A Kirszbraun tételére tanult bizonyítás hol lenne hibás, ha Hilbert terek közötti leképezésekre ismételnénk meg változtatás nélkül?

59. Fejezzük ki kompakt tartójú sima $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ függvény deriváltjának Fourier transzformáltját f Fourier transzformáltjával!

60. Jelölje μ az S^1-en értelmezett normált Haar mértéket (azaz $\mu(S^1) = 1$). Egy $f : S^1 \to S^1$ leképezés *mértéktartó*, ha minden $B \subseteq S^1$ Borel halmazra $\mu(f^{-1}(B)) = \mu(B)$. Egy mértéktartó $f : S^1 \to S^1$ leképezés *ergodikus*, ha minden $B \subseteq S^1$ Borel halmazra, amelyre $f^{-1}(B) = B$ teljesül, vagy $\mu(B) = 0$ vagy $\mu(B) = 1$. Mely α szögek esetén ergodikus az α szöggel forgatás?

61. Legyen G lengyel topologikus csoport (azaz a topológiája szeparábilis és teljesen metrizálható). Egy $H \subseteq G$ halmaz *Haar-null*, ha van olyan $B \subseteq G$ Borel halmaz és μ, G-n értelmezett Borel valószínűségi mérték, hogy $H \subseteq B$ és minden $g, h \in G$-re $\mu(gBh) = 0$. Mutassuk meg, hogy lokálisan kompakt esetben ez a definíció megegyezik az eddigi Haar-null definícióval.

62. Lássuk be, hogy ha G diszkrét Abel-csoport, akkor $\widehat{G}$ kompakt.

A feladatsorok elérhetőek a `https://keletita.web.elte.hu` oldalon.