

Válogatott fejezetek az analízisből 1. gyakorlat, 2020. szeptember 14.

1. Ellenőrizzük, hogy ha C a Cantor-halmaz, akkor $C \times C$ hasonlósági dimenziója valóban kétszerese C dimenziójának.

2. Definiáld a Koch hópehelygörbét, és számítsd ki a hasonlósági dimenzióját.

3. Mennyi $\dim_B \{1/n : n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}\}$?

4. a) Ha I a síkon egy szakasz, akkor $\dim_B I = 1$.

b)* $\dim_B C = \frac{\log 2}{\log 3}$.

5. * Mutassunk példát olyan halmazra, melynek az alsó és felső box dimenziója különböző!

6. Ugyanaz-e metrikus térben a nyílt halmazok és a nyílt gömbök által generált σ -algebra?

7. Egy X metrikus tér esetén legyen $\mathcal{K}(X)$ az X nem-üres, kompakt részhalmazainak családja. A d_H Hausdorff-metrika a következőképpen van definiálva $\mathcal{K}(X)$ -en:

$$d_H(K, L) = \inf\{\varepsilon \geq 0 : K \subseteq L_\varepsilon \text{ és } L \subseteq K_\varepsilon\},$$

ahol egy $H \subseteq X$ részhalmazra H_ε a H zárt, ε sugarú környezete.

a) Lássuk be, hogy a Hausdorff-metrika definíciójában az infimum valójában minimum.

b) Lássuk be, hogy d_H egy metrika $\mathcal{K}(X)$ -en.

A feladatsorok elérhetőek a <https://keletita.web.elte.hu> oldalon.