

Valós függvénytan feladatmegoldó szeminárium

2023/2024. 1. félév

13. feladatsor

1. Igaz-e, hogy tetszőleges folytonos $F : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ függvénynek van "minimax" pontja, azaz olyan $(a, b) \in [0, 1] \times [0, 1]$, amelyre $F(a, y)$ -nak minimuma van $y = b$ -ben, $F(x, b)$ -nek pedig maximuma $x = a$ -ban?
2. Van-e olyan nem-konstans folytonos $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvény, amelynek mindenhol lokális szélsőértékhelye van?
3. Igaz-e, hogy ha adott véges sok tengelypárhuzamos négyzet a síkon, amelyek összeterülete legalább 4, akkor eltoltjaikkal lefedhető egy egységnégyzet?
4. Azt mondjuk, hogy egy halmaz majdnem parkettázza a számegegyenest, ha vannak olyan eltoltjai, amelyek majdnem minden pontot pontosan egyszer fednek.
 - a) Majdnem parkettázza-e a számegegyenest a Cantor-halmaz?
 - b) Majdnem parkettázza-e a számegegyenest az a módosított Cantor-halmaz, amelyet úgy kapunk, hogy minden szakasz két szélső negyedét hagyjuk meg?
5. Jelölje C a Cantor-halmazt. Igaz-e, hogy ha $F \subset C$ zárt, $f : F \rightarrow C$ Lipschitz ráképezés, akkor F tartalmazza C egy kicsinyített példányát?

TIPPVERSENY: *Aki minden feladatra eltrafálja a választ, **csokit** kap!*

*A feladatokat december 12-én (kedden) 16:00-tól beszéljük meg a 3-607-es Elekes György teremben, majd a **pontverseny ünnepélyes eredményhirdetése és a díjak kiosztása***

A feladatok megtalálhatóak a http://keletita.web.elte.hu/valos_szem oldalon.

Minden érdeklődőt szeretettel várunk.

Jó szórakozást!

Elekes Márton, Keleti Tamás