1. Analízis4 gyakorlat, 2023. feb. 28., 2-es csoport

1.1. Legyen $\gamma(t) = (1, t, t^2)$ $(t \in [0,1])$ és $f(x,y,z) = (yz, xz, xy)$. Számítsuk ki a következő vonalintegrálokat:

$$\int_\gamma f_1 \, \mathrm{d}x_2 \qquad \int_\gamma \langle f, \, \mathrm{d}\mathbf{x} \rangle \qquad \int_\gamma f \times \mathrm{d}\mathbf{x}$$

1.2. Legyen $\gamma : [0,1] \to \mathbb{R}^2$ egyszerű, zárt, szakaszonként C^1 görbe. Bizonyítsuk be, hogy

$$\int_\gamma x^2 \, \mathrm{d}x = \int_\gamma e^{-\cos y^2} \, \mathrm{d}y = 0.$$

1.3. Mely differenciálható $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ függvényekre teljesül az alábbi állítás? Ha γ egyszerű, zárt, szakaszonként C^1 görbe $\mathbb{R}^2$-ben, akkor

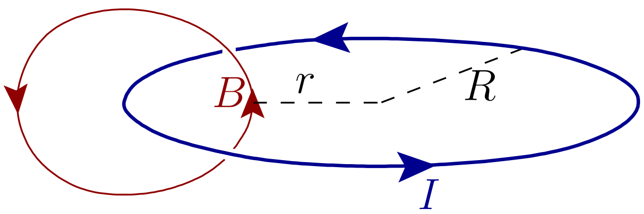
$$\int_\gamma e^x \sin y \mathrm{d}x = \int_\gamma f(x,y) \mathrm{d}y$$

1.4. A Biot-Savart törvény szerint, ha egy kicsi $\overrightarrow{\mathrm{d}\ell}$ vezetékdaraban I áram folyik, akkor a p pontban, ahonnan a vezetékdarabba az $\overrightarrow{r}$ vektor mutat, ez

$$\mathrm{d}B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \, \overrightarrow{\mathrm{d}\ell} \times \overrightarrow{r}}{\left|\overrightarrow{r}\right|^3}$$

nagyságú mágneses indukciót hoz létre.

Tekintsünk egy R sugarú körvezetőt, amiben I áram folyik. Számítsd ki a mágneses indukciót a kör tengelyén, valamint a kör síkjában, a kör belsejében és külsejében.

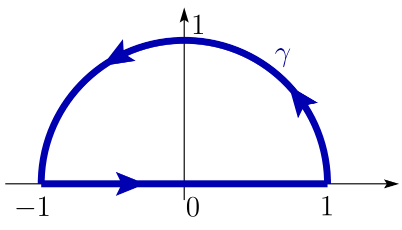


Házi feladatok a fentiek közül megmaradó feladatok mellett

1.5. Legyen $\gamma(t) = (t, t^2)$ $(t \in [0,1])$. Számítsd ki a következő vonalintegrálokat:

$$\int_\gamma \cos x \mathrm{d}y \qquad \int_\gamma (e^x \cos x, e^x \sin y) \times \mathrm{d}\mathbf{x}$$

1.6. Számítsd ki az $\int xy^2 \, \mathrm{d}y$ vonalintegrált az ábrán látható zárt görbén, ami egy félkörvonalból és az átmérőjéből áll.



1.7. Ellenőrizzük a Green-tételt a $[0,1] \times [0,1]$ négyzetre és az $f(x,y) = xy$ függvényre.