

21. Analízis3 gyakorlat, 2022. nov. 28. 2-es csoport

21.1. Folytonos-e az $f(t) = \int_1^3 e^{x^2 t} dx$ függvény? Differenciálható-e? Mi a deriváltja?

21.2. a) Legyen $a > 0$. Bizonyítsuk be, hogy az

$$F(t) = \int_0^\infty \frac{e^{-ax} - e^{-tx}}{x} dx$$

paraméteres integrál egyenletesen konvergens $t > a$ esetén.

b) Legyen $0 < a < b$. Határozzuk meg az

$$\int_0^\infty \frac{e^{-ax} - e^{-bx}}{x} dx$$

improprius integrált a fenti paraméteres integrál deriválásával.

21.3. Folytonos-e az $f(t) = \int_1^t e^{x^2 t} dx$ függvény? Differenciálható-e? Mi a deriváltja?

Beadható szorgalmi feladatok

21.4. Legyen $c > 0$. Fejezzük ki az $\int_0^\infty e^{-x^c} dx$ integrál értékét a Γ -függvénnyel.

21.5. Bizonyítsuk be a Stirling-formulát:

$$\Gamma(s) \sim \sqrt{\frac{2\pi}{s}} \left(\frac{s}{e}\right)^s, \quad \text{ha } s \rightarrow \infty$$

abból, hogy

$$\Gamma(s) = \left(\frac{s}{e}\right)^s \int_0^\infty \left(t \cdot e^{-(t-1)}\right)^s dt.$$