

13. Analízis3 gyakorlat, 2022. okt. 20. 2-es csoport

13.1. Határozzuk meg xyz legnagyobb értékét az $x + y + z = 5$, $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ feltételek mellett.

Házi feladatok a fentiek közül megmaradó feladatok mellett

13.2. Ellenőrizzük a mértani és négyzetes közepek közötti egyenlőtlenséget a Lagrange-multiplikátor módszerrel.

13.3. Határozzuk meg az $x^2 + y^2 = 1$, $x^2 + z^2 = 1$ feltételek mellett $x + y + z$ legnagyobb lehetséges értékeit.

13.4. Határozd meg $x - y + 3z$ legnagyobb és legkisebb értékét az $x^2 + \frac{y^2}{2} + \frac{z^2}{3} = 1$ ellipszoidon.

13.5. Legyen $|x_1 - 10| < 1$, $|x_2 - 20| < 1$, $|x_3 - 30| < 1$ esetén $u = (u_1, u_2)$ az

$$U_1 + U_2 = x_1 + x_2 + x_3 - 10, \quad U_1 U_2 = \frac{x_1 x_2 x_3}{10}$$

egyenletrendszernek a $(30, 20)$ ponthoz közelebbi megoldása. $u'(10, 20, 30) = ?$

13.6. Legyen $|x| < 1$ esetén $u(x)$ a

$$2U^3 + U - 3 = x$$

polinom valós gyöke. Igazoljuk, hogy u differenciálható. $u'(0) = ?$

13.7. Legyen $f(x_1, \dots, x_p)$ egy p -változós, számértékű függvény, c valós szám, az $a \in \mathbb{R}^p$ pontban $f(a) = c$, és $f'(a) \neq 0$. Az implicitfüggvénytétel miatt az $f(x) = c$ szintfelület az a körül egy környezetében egy differenciálható függvény grafikonja, ha a megfelelő koordináta-irányból nézzük. A feladat: ellenőrizni, hogy $\text{grad } f(a)$ merőleges a szintfelület a -beli érintősíkjára.

Beadható szorgalmi feladatok

13.8. Legyen A és B két $n \times n$ -es valós szimmetrikus mátrix, $\det A \neq 0$.

(a) Bizonyítsd be, hogy ha $x_0 \in \mathbb{R}^n$ feltételes lokális szélsőérték helye az $x \rightarrow x^t B x$ függvénynek az $x^t A x = 1$ feltétel mellett, akkor x_0 sajátvektora az $A^{-1} B$ mátrixnak.

(b) Mi a jelentése az x_0 sajátvektorhoz tartozó sajátértéknek?

13.9. Adottak a térben a p_1, \dots, p_n pontok. Tekintsük azt az origón átmenő síkot, amire a pontok és a sík távolságainak négyzetösszege minimális. Legyen a sík normálvektora v , ahol $|v| = 1$.

(a) Igazold, hogy v sajátvektora a $\sum_{i=1}^n p_i p_i^t$ mátrixnak.

(b) Mi a geometriai jelentése a v -hez tartozó sajátértéknek?