2015 október 20. II/1. matematikus 2015-2016/I. félév

13. feladatsor

1. Tegyük fel, hogy az $f : \mathbb{R}^p \to \mathbb{R}$ függvény kétszer differenciálható az $a \in \mathbb{R}^p$ pontban. Melyikből következik melyik?

   (i) $f'(a) = 0$ és $d^2 f(a)$ pozitív vagy negatív definit.

   (ii) $f'(a) = 0$ és $d^2 f(a)$ pozitív vagy negatív szemidefinit.

   (iii) f-nek a-ban lokális szélsőértéke van.

2. Legyen $H \subset \mathbb{R}^p$ konvex. Bizonyítsuk be, hogy az $f : H \to \mathbb{R}$ függvény akkor és csak akkor konvex, ha az

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^p \times \mathbb{R} \ : x \in H, \ y \geq f(x)\} \subset \mathbb{R}^{p+1}$$

   halmaz konvex!

3. Jellemezzük azokat a kétváltozós függvényeket, melyek grafikonja a z-tengelyre forgásszimmetrikus!

4. Tegyük fel, hogy $G \subset \mathbb{R}^p$ nyílt, $f : G \to \mathbb{R}$ konvex. Következik-e ebből, hogy f folytonos?

5. (HF) Mely függvény grafikonja?

   a) $(2, \ 3, \ 4)$ középpontú 5 sugarú gömbfelület alsó fele

   (gyak) b) $(1, \ 2, \ 3)$ csúcsú, lefelé álló kúp, mely az $x-y$ síkot 6 sugarú körben metszi

6. (HF) Hol van lokális mimumuma illetve maximuma?

   a) $x^3y^2(2 - x - y)$

   (gyak) b) $x^2 + xy + y^2 - 3x - 3y$