

Leíró halmazelmélet gyakorlat, 2022. február 24.

8. (Csak annak, aki még nem ismeri.) Lássuk be, hogy \mathbb{Q} a számegegyenesnek nem G_δ részhalmaza.

9. Egy metrikus tér pontosan akkor homeomorf a Cantor-halmazzal, ha nem-üres, kompakt, null-dimenziós és nincs izolált pontja.

10. Ha K kompakt metrikus, akkor a homeomorfizmusainak $\text{Homeo}(K)$ halmaza a $C(K, K)$ -ből vett altértopológiával lengyel.

11.* $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ és ω^ω homeomorfak.

12. Lássuk be, hogy

- (a) \mathbb{Q} univerzális megszámlálható rendezett halmaz.
- (b) $(R, <)$ és $(\mathbb{Q}, <)$ izomorf rendezett halmazok pontosan akkor, ha
 1. R megszámlálható
 2. R -nek nincs legkisebb és legnagyobb eleme
 3. R önmagában sűrű, azaz $x, y \in R, x < y \Rightarrow \exists z \in R, x < z < y$.

13.* Lengyel térben nyílt/zárt halmazok szigorúan növekvő/csökkenő transzfinit sorozata megszámlálható (mind a négy eset).

14.* Tetszőleges α megszámlálható rendszámra konstruáljunk olyan $F_\alpha \subseteq \mathbb{R}$ zárt halmazt, aminek pontosan α a Cantor-Bendixson rangja!

A feladatsorok elérhetőek a <http://keletita.web.elte.hu> oldalon.