

Név:

ETR azonosító:

1.

2.

3.

4.

5.

6.

I. Matematika BSc, Kalkulus 2.

Tesztkérdések

2011. június 1.

1. Tegyük fel, hogy f $[a, b]$ -n integrálható függvény. Melyik állítás **hamis**?

(a) Ha $[a, b]$ -n $m \leq f(x) \leq M$, akkor $m \leq \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx \leq M$.

(b) Ha f folytonos $[a, b]$ -n, akkor van olyan $c \in [a, b]$, amelyre $f(c) = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$.

(c) Ha $m \leq \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx \leq M$, akkor $[a, b]$ -n $m \leq f(x) \leq M$.

(d) $\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx = \int_a^b f(x) dx$ tetszőleges $c \in [a, b]$ -re.

2. Tegyük fel, hogy $f' = g$ és g folytonos $[a, b]$ -n. Melyik igaz?

(a) $\int_a^b g(x) dx = f(b) - f(a)$

(b) $\int_a^b g(x) dx = f(a) - f(b)$

(c) $\int_a^b f(x) dx = g(b) - g(a)$

(d) $\int_a^b f(x) dx = g(a) - g(b)$

3. Melyik integrál adja meg egy r sugarú gömb térfogatát?

(a) $\int_{-r}^r x^2 dx$

(b) $\int_{-r}^r x^2 \pi dx$

(c) $\int_{-r}^r (r^2 - x^2) dx$

(d) $\int_{-r}^r (r^2 - x^2) \pi dx$

4. Az $x^3 + x$ függvény inverzének deriváltja 2-ben

(a) $\frac{1}{4}$

(b) 4

(c) 13

(d) $\frac{1}{13}$

5. $\arctg 1 =$

(a) 0

(b) $\pi/4$

(c) $\pi/3$

(d) $\pi/2$

6. Milyen szöget zár be az x tengellyel az origóból a $(3, 7)$ pontba mutató vektor?

(a) $\arctg \frac{7}{3}$

(b) $\arctg \frac{3}{7}$

(c) $\arcsin \frac{7}{3}$

(d) $\arcsin \frac{3}{7}$

7. 8. 9. 10. 11. 12. 13.
-

7. $\int \frac{1}{1+x^2} dx = ?$

- (a) $\log(1+x^2) + C$ (b) $2x \log(1+x^2) + C$ (c) $\arcsin x + C$ (d) $\arctg x + C$

8. $\int_{-3}^{-2} \frac{1}{x} dx = ?$

- (a) $\ln(-2) - \ln(-3)$ (b) $\ln \frac{2}{3}$ (c) $\ln \frac{3}{2}$ (d) $\frac{\ln 2}{\ln 3}$

9. $(x^x)' = ?$

- (a) $\ln x \cdot x^x$ (b) $x \cdot x^{x-1}$ (c) $(1 + \ln x)x^x$ (d) $\frac{x^x}{\ln x}$

10. Mi az $\int_1^2 \frac{1}{x^7-1} dx$ improprius integrál értéke definíció szerint?

- (a) $\lim_{a \rightarrow 1^-} \int_a^2 \frac{1}{x^7-1} dx$ (b) $\lim_{a \rightarrow 1^+} \int_a^2 \frac{1}{x^7-1} dx$
(c) $\lim_{b \rightarrow 2^-} \int_1^b \frac{1}{x^7-1} dx$ (d) $\lim_{b \rightarrow \infty} \int_1^b \frac{1}{x^7-1} dx$

11. Mit jelent definíció szerint az, hogy $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 7$?

- (a) $\lim_{k \rightarrow \infty} \sum_{n=1}^k a_n = 7$ (b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{n=1}^k a_n = 7$
(c) $\lim_{k \rightarrow \infty} \sum_{n=k}^{\infty} a_n = 7$ (d) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 7$

12. $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots = ?$

- (a) $\frac{3}{2}$ (b) 2 (c) $\frac{2}{3}$ (d) 3

13. Tegyük fel, hogy a_n nemnegatív tagú végtelen sor. Melyik **hamis**?

- (a) Ha $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} < 1$, akkor $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergens.
(b) Ha $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} \geq 1$, akkor $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ divergens.
(c) Ha van olyan $q < 1$ szám, amelyre $\frac{a_{n+1}}{a_n} < q$ minden n -re, akkor $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergens.
(d) Ha $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$, akkor $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergens.

I. Matematika BSc, Kalkulus 2.

Második rész

2011. június 1.

Minden feladatot külön lapra írjanak, (a 2a és 2b feladatokat is), és mindegyikre írják rá a nevüket!

Csak annak a dolgozatát értékeljük, aki a feleletválasztós első részben legalább 10 helyes választ adott.

A dolgozat elkészítéséhez semmilyen segédeszköz sem használható! Mobiltelefont elővenni tilos!

Jó munkát!

1. (20 pont) Mondja ki az alábbi témakörben tanult definíciókat és állításokat (derüljön ki, hogy melyik micsoda!), és mutasson példákat:

Végtelen sor fogalma, végtelen mértani sor, végtelen tizedes tört mint végtelen sor összege

2.

- (a) (8 pont) Milyen egész számmal egyenlő

$$\ln 9 \cdot \int_{\log_3 2}^{\log_3 7} 3^{2x-1} dx ?$$

- (b) (12 pont) Mennyi a területe annak a tartománynak (ellipszisnek), melyet az $x^2 + 4y^2 = 1$ egyenletű görbe (vagyis az egyenlet által meghatározott két függvény grafikonja) határol?

3. (14 pont) Bizonyítsa be, hogy tetszőleges pozitív a, b számok esetén

$$\ln ab = \ln a + \ln b.$$

Az első rész tesztfeladataira jár még annyiszor 2 pont, amennyivel több volt a helyes válaszok száma 10-nél.

Ponthatárok:

0 - 19: elégtelen

20 - 29: elégséges

30 - 39: közepes

40 - 49: jó

50 - 60: jeles

Dolgozatok kiosztása és jegybeírás: *holnap (azaz június 2-án) 12 órakor a 3-306-os teremben.*