

9. feladatsor

1. Bizonyítsuk be, hogy

- a) egy páros függvény Fourier sorában nincs (nem 0 együtthatós) szinuszos tag,
 (HF) b) egy páratlan függvény Fourier sorában pedig csak szinuszos tagok vannak!

2. Legyen

$$f(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{ha } \left[\frac{x}{\pi}\right] \text{ páros} \\ 0, & \text{ha } \left[\frac{x}{\pi}\right] \text{ páratlan,} \end{cases}$$

ahol $[a]$ az a szám egész részét jelöli.

- a) Ábrázoljuk f -et és ellenőrizzük, hogy periodikus 2π szerint!
 b) Határozzuk meg f Fourier sorát!
 c) Előállítja-e f -et 0-ban a Fourier sora?
 d) Határozzuk meg, hogy pontosan mely pontokban állítja elő f -et a Fourier sora!
 e) Határozzuk meg a Fourier sor összegfüggvényét és ábrázoljuk!
 f) A kapott összefüggést $x = \pi/2$ -re fölírva határozzuk meg (ismételten) az $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + - \dots$ sor összegét!
 g) A kapott összefüggést $x = \pi/4$ -re fölírva határozzuk meg az $1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} - \frac{1}{13} - \frac{1}{15} + - \dots$ sor összegét!

3. (HF) Legyen $f(x)$ az a 2π szerint periodikus függvény, amelyre

- a) $f(x) = x$ ha $x \in [0, 2\pi)$.
 b) $f(x) = |x|$ ha $x \in [-\pi, \pi]$.

Csináljuk végig ezekre a függvényekre is a 2/a,b,c,d,e feladatokat!

4. (HF) a) Adjunk meg rajzzal is és képlettel is olyan vektormezőt a síkon, amely minden ponthoz origóba mutató vektort rendel, melynek hossza fordítottan arányos a pont origótól vett távolságának a négyzetével!

b) Adjunk meg potenciálfüggvényt ehhez a vektormezőhöz!

5. (HF) Legyen g a $(2, 0)$ középpontú 2 sugarú kör felső félsíkba eső részének egy óramutató járásával megegyező irányú paraméterezése. Határozzuk meg az alábbi vektormezők vonalintegrálját g -n!

- a) $F(x, y) = (x - y, x + y)$
 b) $G(x, y) = (\sin x, \cos y)$

c) az előző feladat vektormezője