8. feladatsor

1. Döntsük el az alábbi függvényekről, hogy van-e potenciálfüggvényük! Ha van, akkor adjuk is meg!

   a) $(x/(x^2+y^2), y/(x^2+y^2))$ b) $(yz+1, xz+1, xy+1)$

2. Határozzuk meg az $F(x,y,z) = (yz+1, xz+1, xy+1)$ függvény vonalintegrálját a $\gamma(t) = (e^t, \cos t, t^2)$ $(t \in [\pi, 3\pi])$ görbén!

3. Bizonyítsuk be, hogy ha egy Föld körül keringő műhold két különböző időpontban ugyanolyan messze van a Földtől, akkor ezen időpontokban a sebesség nagysága is megegyezik!

4. Van-e potenciálfüggvénye? Ha igen, határozzuk is azt meg!

   a) $F(x,y,z) = (y^2, xy+2e^z, ye^z)$

   b) $F(x,y,z) = (y^2, 2xy+e^z, ye^z)$

   (HF) c) $F(x,y) = (y^3+8x^3, 3xy^2-2y)$

   (HF) d) $F(x,y,z) = (\ln y, \frac{x}{y} - \frac{z}{y^2}, \frac{1}{y})$

5. a) Írjuk föl az előadáson tanult képlet alapján egy m tömegű, a Föld felszíne fölött h magasságban lévő pontszerű test potenciális energiáját! (A Földöt tekintsük R sugarú M tömegű gömbnek, és használjuk, hogy a gravitációs erő szempontjából ugyanolyan mintha a teljes tömeg a középpontban lenne!)

   b) A Föld felszín közelében maradva h sokkal kisebb, mint R, tehát h/R nagyon közel van 0-hoz, így a nulla körüli $\frac{1}{1+x} \approx 1-x$ linearizációt használhatjuk $x = h/R$-re. Ezt használva mutassuk meg, hogy a fizikaórán tanult mgh helyzeti energia közelítőleg tényleg helyes, és fejezzük ki g-t M, R és a γ gravitációs állandó segítségével!

6. (HF) Határozzuk meg a 4/c feladatban szereplő vektormező vonalintegrálját az $x^2+4y^2=4$ egyenletű ellipszis fölső ívén a $(-2,0)$ és $(2,0)$ pontok között!

7. (HF) Adjunk meg rajzzal is és képlettel is olyan vektormezőt a síkon, amely minden ponthoz origóba mutató vektort rendel, melynek hossza fordítottan arányos a pont origótól vett távolságával!

A feladatsorok (remélhetően) letölthetőek a `https://keletita.web.elte.hu/gyak/fejanal22II2` oldalról is.