

7. feladatsor

1. Adjunk meg rajzzal is és képlettel is olyan vektormezőt a síkon, amely minden ponthoz origóba mutató vektort rendel, melynek hossza arányos a pont origótól vett távolságával!
2. Határozzuk meg az $F(x, y) = (x + y, xy)$ vektormező vonalintegrálját az alábbi görbéken!
 - a) az $y = x^2$ egyenletű parabola $(0, 0)$ -tól $(1, 1)$ -ig
 - (HF) b) az $(1, 2)$ és $(5, 10)$ pontok közötti szakasz
3. Döntsük el az alábbi függvényekről, hogy van-e potenciálfüggvényük! Ha van, akkor próbáljunk megadni!
 - a) $(xy, x + y)$ b) $(2xy, x^2)$ (HF) c) $(xyz, x - y, y + z)$
4. a) Adjunk meg egy $\gamma : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^2$ görbét, amely az origó középpontú R sugarú körvonalat pozitív körüljárással egyszer járja körbe!
- b) Integráljuk ezen a görbén az

$$F(x, y) = \left(\frac{-y}{x^2 + y^2}, \frac{x}{x^2 + y^2} \right)$$

függvényt!

- c) Teljesül, hogy $D_2F_1 = D_1F_2$?
- d) Van F -nek potenciálfüggvénye?
- e) Miért nem lehet alkalmazni itt a tanult tételt, mely szerint $D_2F_1 = D_1F_2$ szükséges és elégséges feltétele a potenciálfüggvény létezésének?
5. (HF) Határozzuk meg az $F(x, y, z) = (xyz, x - y, y + z)$ függvény vonalintegrálját a $\gamma(t) = (t, t^2, t^3)$ ($t \in [2, 4]$) görbén!
6. (HF) Adjunk meg rajzzal is és képlettel is olyan vektormezőt a síkon, amely minden ponthoz az origóból a pontba mutató vektorra merőleges vektort rendel, melynek hossza arányos a pont origótól vett távolságával!
7. (HF) Határozzuk meg egy M tömegű, a és b féltengelyű ellipszislapnak a középpontján átmenő, a síkjára merőleges tengelyre vonatkoztatott tehetetlenségi nyomatékát! (Segítség: Alkalmazzunk $x = ar \cos \varphi$, $y = br \sin \varphi$ helyettesítést!)