

6. feladatsor

1. (Ez a feladat szerepelt a 4. feladatsoron is, de akkor elnapoltuk.)

Számítsuk ki az $x^2/a^2 + y^2/b^2$ ($a, b > 0$) egyenletű ellipszis területét az $x = au$, $y = bv$ integráltranszformáció segítségével!

2. Számítsuk ki az $\int_T xyz \, dx \, dy \, dz$ integrált, ahol T az $x^2/a^2 + y^2/b^2 + z^2/c^2 \leq 1$ ($a, b, c > 0$) ellipszoid pozitív térfogadba eső része! (Segítség: alkalmazzunk alkalmas helyettesítést!)

3. Vannak, akik a gömbi koordinátákat úgy definiálják, hogy ϑ nem a pontba mutató vektor z tengellyel bezárt szöge, hanem az xy síkkal bezárt (előjeles) szöge. (Lásd szélességi koordináták a Földön!). Határozzuk meg, hogyan kell integrálni ezen módosított gömbi koordinátákkal (azaz hogy mivel kell ekkor szorozni az áttérésnél!)

4. (HF) Számítsuk ki az $xy + z$ függvény integrálját az alábbi tartományon!

$$A = \{(x, y, z) : x + y + z \geq 2, x \leq 1, y \leq 1, z \leq 1\}$$

5. (HF) Határozzuk meg hengerkoordináták és hármas integrál segítségével az R sugarú h magasságú egyenes körkúp térfogatát!

6. (HF) Határozzuk meg a h magasságú R sugarú M tömegű henger saját tengelyére vonatkoztatott tehetetlenségi nyomatékát!

7. (HF) Legyen A az $x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$ egyenlőtlenséggel megadott test, amelynek sűrűsége az (x, y, z) pontban xyz . Mennyi a test tömege?

8. (HF) Határozza meg egy M tömegű R sugarú homogén gömb középpontján átmentő tengelyre vonatkoztatott tehetetlenségi nyomatékot!