

3. feladatsor

1. Határozzuk meg a $\sin(y^2)$ függvény integrálját a $(0, 0)$, $(0, 1)$, $(1, 1)$ csúcsok által meghatározott háromszöglapon!

2. Rajzolja le azokat a tartományokat, amelyeken vett kettős integrálok az alábbi módon számíthatóak ki! Számítsa ki az integrálokat!

$$\text{a) } \int_0^1 \int_{y^2}^y xy \, dx dy \quad \text{b) } \int_0^\pi \int_y^\pi \frac{\sin x}{x} \, dx dy \quad (\text{HF}) \quad \text{c) } \int_0^2 \int_0^{y^2} (x+y) \, dx dy \quad (\text{HF}) \quad \text{d) } \int_0^2 \int_{x^2}^4 xe^{y^2} \, dy dx$$

3. Számítsa ki a következő, Descartes-koordinátákkal megadott pontok polár koordinátáit!

a) $(-3, -4)$ (HF) b) $(2, -2)$ c) $(-6, 12)$

4. Számítsa ki a következő, polár koordinátákkal megadott pontok Descartes koordinátáit!

a) $(2, \frac{\pi}{3})$ (HF) b) $(3, \frac{5\pi}{3})$ (HF) c) $(1, 1)$

5. Határozzuk meg polárkoordináták és integrálás segítségével az alábbi mennyiségeket!

a) R sugarú körlap területe
(HF) b) a paraméterű kardioid területe

6. Határozzuk meg egy (homogén) félkörlap súlypontját!

7. Fogalmazza meg, hol helyezkednek el, valamint rajzolja le a következő halmazok Descartes koordinátákkal megadott pontjait:

a) $\{(4, y, -3) : -2 < y < 0\}$ (HF) b) $\{(4, y, z) : y \in \mathbb{R}, z \in \mathbb{R}\}$ (HF) c) $\{(4, 5, z) : z < 0\}$

8. Fogalmazza meg, hol helyezkednek el, valamint rajzolja le a következő halmazok polár koordinátákkal megadott pontjait:

a) $\{(r, \pi/3) : 1 \leq r \leq 2\}$ b) $\{(r, \varphi) : 0 \leq \varphi \leq \pi, 1 \leq r \leq 2\}$

(HF) c) $\{(7, \varphi) : 1 < \varphi < 3\}$ (Milyen hosszú ez a görbe?)

(HF) d) $\{(r, \varphi) : -\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}, r = \frac{1}{\cos \varphi}\}$

9. (HF) Ábrázoltunk néhány görbét, amelyek egyenleteit megadtuk polár koordinátákkal. Sajnos az egyenletek is, és a rajzok is összekeveredtek. Keresse meg az ábrákhoz tartozó egyenleteket!

a) $r = 2 \cos 2\varphi$ b) $r = 1$ c) $r = 2 \cos \varphi$ d) $r = 2 \sin \varphi$ e) $r = \varphi$

