10. feladatsor

1. a) Határozzuk meg, hogy L szerint periodikus f függvény

$$f(t) \sim a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \frac{2n\pi t}{L} + b_n \sin \frac{2n\pi t}{L}$$

alakú Fourier sorában hogyan számíthatjuk ki az a_0, a_n és b_n együtthatókat!

b) Határozzuk meg egy $[a, b]$-n megadott függvény $b - a$ szerint periodikus Fourier sorát!

c) Határozzuk meg $[0, L]$-en adott függvény csak szinuszos tagokat tartalmazó, $2L$ szerint periodikus Fourier sor alakját!

d) (HF) Határozzuk meg $[0, L]$-en adott függvény csak konstans és koszinuszos tagokat tartalmazó, $2L$ szerint periodikus Fourier sor alakját!

2. Írjuk fel a $[0, 1]$-n megadott $f(x) = x$ függvény

a) 1 szerint periodikus,

b) 2 szerint periodikus szinuszos,

c) (HF) 2 szerint periodikus koszinuszos

Fourier sorát és határozzuk meg, hogy a Fourier sor összege milyen x-re egyenlő x-szel!

3. Használva az

$$e^{it} = \cos t + i \sin t$$

Euler formulát, írjuk át a 2π szerint periodikus integrálható függvények Fourier sorát

$$f(x) \sim \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{inx}$$

alakban és mutassuk meg, hogy

$$c_n = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(x) e^{-inx}.$$

4. (HF) Legyen $f(x)$ az a 2π szerint periodikus függvény, amelyre

a) $f(x) = x$ ha $x \in [0, 2\pi)$.

b) $f(x) = |x|$ ha $x \in [-\pi, \pi]$.

Csináljuk végig ezekre a függvényekre is a 9. feladatsor 2/a,b,c,d,e feladatait, valamint számítógéppel rajzoltassuk ki az eredeti függvényt és a Fourier sor első néhány tagját tartalmazó összeget!

A feladatsorok (remélhetően) letölthetőek a `https://keletita.web.elte.hu/gyak/fejanal22II2` oldalról is.