

## 1. feladatsor

- Legyen  $H = [0, \pi] \times [1, 2]$ . Számítsa ki a  $\int_H f(x, y) dx dy$  kettős integrált, ha  $f(x, y) =$   
 a)  $\sqrt{2x+3y}$     b)  $x^2$     (HF) c)  $xe^y$     d)  $\sin y$
- Egy téglalap alakú rétet, amelynek oldalai 20 és 40 méter, egyenletesen beborít a lekaszált fű, minden  $m^2$ -re 3 kg jut. 1 kilogramm széna 1 méter távolságra történő elszállítása 5 Ft-ba kerül. Mennyi pénzből lehet az összes szénát a mező közepére viténi? (Az egyváltozós integrálszámításokat nem muszáj végigszámolni.)
- Legyen  $H = [0, 1] \times [0, 1]$ ,  $f(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{ha } x, y \in \mathbb{Q} \\ 0 & \text{egyébként.} \end{cases}$   
 a)  $\int_H f = ?$ ,     $\overline{\int}_H f = ?$   
 b) Integrálható-e az  $f$  függvény a  $H$  halmazon?
- Egy  $[a, b] \times [c, d]$  téglalap alakú lemez sűrűsége az  $(x, y)$  pontban  $\rho(x, y)$ .  
 a) Hogyan lehet a  $\rho(x, y)$  függvény ismeretében meghatározni a lemez tömegét?  
 (HF) b) Mennyi a lemez tömege, ha  $a = c = 1$  cm,  $b = 5$  cm,  $d = 3$  cm, a sűrűség pedig  $\rho(x, y) = 10 + \frac{x}{y}$  g/cm<sup>2</sup> ?
- Határozza meg az alábbi testek térfogatát!  
 a)  $\{(x, y, z) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, 0 \leq z \leq 1 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}y^2\}$   
 (HF) b)  $\{(x, y, z) : -2 \leq x \leq -1, 3 \leq y \leq 7, 0 \leq z \leq x^2y\}$   
 (HF) c)  $\{(x, y, z) : 0 \leq x \leq y^3 + z^3, 1 \leq y \leq 2, 0 \leq z \leq 3\}$
- Határozzuk meg egy  $M$  tömegű,  $a$  oldalú homogén négyzetlapnak a négyzet közép-pontján átmenő, a négyzetlap síkjára merőleges tengelyre vonatkoztatott tehetetlenségi nyomatékát!
- (HF) A  $[0, 10] \times [0, 20]$  téglalap alakú kert  $(x, y)$  pontjában a termőföld vastagsága  $30 + 10 \cos(x + y)$  cm. Határozzuk meg a termőföld átlagos vastagságát a kertben!