6. feladatsor

1. Adjunk meg rajzzal is és képlettel is olyan vektormezőt a síkon, amely minden ponthoz origóba mutató vektort rendel, melynek hossza arányos a pont origótól vett távolságával!

2. Határozzuk meg az $F(x,y) = (x+y, xy)$ vektormező vonalintegrálját az alábbi görbéken!

   a) az $y = x^2$ egyenletű parabola $(0,0)$-tól $(1,1)$-ig

   (HF) b) az $(1,2)$ és $(5,10)$ pontok közötti szakasz

3. Döntsük el az alábbi függvényekről, hogy van-e potenciálfüggvényük! Ha van, akkor próbáljunk megadni!

   a) $(xy, x+y)$ b) $(2xy, x^2)$ (HF) c) $(xyz, x-y, y+z)$

4. a) Adjunk meg egy $\gamma : [a,b] \to \mathbb{R}^2$ görbét, amely az origó középpontú R sugarú körvonalat pozitív körüljárással egyszer járja körbe!

   b) Integráljuk ezen a görbén az

$$F(x,y) = \left(\frac{-y}{x^2+y^2}, \frac{x}{x^2+y^2} \right)$$

   függvényt!

   c) Teljesül, hogy $D_2F_1 = D_1F_2$?

   d) Van F-nek potenciálfüggvénye?

   e) Miért nem lehet alkalmazni itt a tanult tételt, mely szerint $D_2F_1 = D_1F_2$ szükséges és elégséges feltétele a potenciálfüggvény létezésének?

5. (HF) Határozzuk meg az $F(x,y,z) = (xyz, x-y, y+z)$ függvény vonalintegrálját a $\gamma(t) = (t, t^2, t^3)$ $(t \in [2,4])$ görbén!

6. (HF) Adjunk meg rajzzal is és képlettel is olyan vektormezőt a síkon, amely minden ponthoz az origóból a pontba mutató vektorra merőleges vektort rendel, melynek hossza arányos a pont origótól vett távolságával!

7. (HF) Határozzuk meg egy M tömegű, a és b féltengelyű ellipszislapnak a középpontján átmenő, a síkjára merőleges tengelyre vonatkoztatott tehetetlenségi nyomatékát! (Segítség: Alkalmazzunk $x = ar\cos\varphi, y = br\sin\varphi$ helyettesítést!)

A feladatsorok (remélhetően) letölthetőek a `www.cs.elte.hu/anal/keleti/gyak` oldalról is.