3. feladatsor

1. Rajzolja le azokat a tartományokat, amelyeken vett kettős integrálok az alábbi módon számíthatóak ki! Számítsa ki az integrálokat!

   a) $\int_0^1 \int_{y^2}^{y} xy \; dxdy$ b) $\int_0^{\pi} \int_{y}^{\pi} \frac{\sin x}{x} \; dxdy$ (HF) c) $\int_0^2 \int_0^{y^2} (x+y) \; dxdy$ d) $\int_0^2 \int_{x^2}^4 xe^{y^2} \; dydx$

2. Számítsa ki a következő, Descartes-koordinátákkal megadott pontok polár koordinátáit!

   a) $(-3,-4)$ (HF) b) $(2,-2)$ c) $(-6,12)$

3. Számítsa ki a következő, polár koordinátákkal megadott pontok Descartes koordinátáit!

   a) $(2,\frac{\pi}{3})$ (HF) b) $(3,\frac{5\pi}{3})$ (HF) c) $(1,1)$

4. Határozzuk meg polárkoordináták és integrálás segítségével az alábbi mennyiségeket!

   a) R sugarú körlap területe

   (HF) b) a paraméterű kardioid területe

5. Határozzuk meg egy (homogén) félkörlap súlypontját!

6. Fogalmazza meg, hol helyezkednek el, valamint rajzolja le a következő halmazok Descartes koordinátákkal megadott pontjait:

   a) $\{(4,y,-3) : -2 < y < 0\}$ (HF) b) $\{(4,y,z) : y \in \mathbb{R}, z \in \mathbb{R}\}$ c) $\{(4,5,z) : z < 0\}$

7. Fogalmazza meg, hol helyezkednek el, valamint rajzolja le a következő halmazok polár koordinátákkal megadott pontjait:

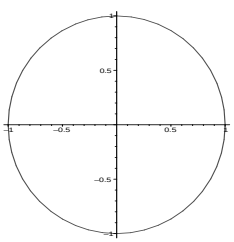
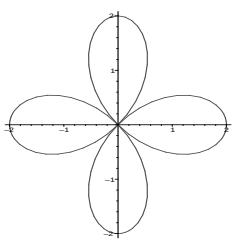
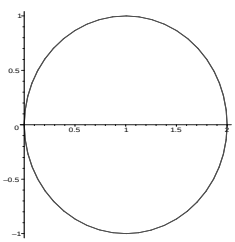
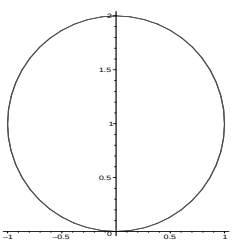
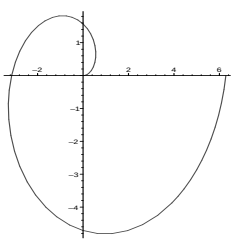
   a) $\{(r,\pi/3) : 1 \le r \le 2\}$ b) $\{(r,\varphi) : 0 \le \varphi \le \pi, 1 \le r \le 2\}$

   (HF) c) $\{(7,\varphi) : 1 < \varphi < 3\}$ (Milyen hosszú ez a görbe?)

   (HF) d) $\{(r,\varphi) : -\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}, r = \frac{1}{\cos\varphi}\}$

8. (HF) Ábrázoltunk néhány görbét, amelyek egyenleteit megadtuk polár koordinátákkal. Sajnos az egyenletek is, és a rajzok is összekeveredtek. Keresse meg az ábrákhoz tartozó egyenleteket!

   a) $r = 2\cos 2\varphi$ b) $r = 1$ c) $r = 2\cos\varphi$ d) $r = 2\sin\varphi$ e) $r = \varphi$

9. (HF) Határozzuk meg egy M tömegű, a befogójú homogén derékszögű egyenlőszárú háromszöglapnak a derékszögű csúcsán átmenő, a háromszög síkjára merőleges tengelyre vonatkoztatott tehetetlenségi nyomatékát!

A feladatsorok (remélhetően) letölthetőek a `www.cs.elte.hu/anal/keleti/gyak` oldalról is.