2010 április 16. II. elemző analízis 2009-2010/II. félév

8. feladatsor

1. Tegyük fel, hogy a $[0,1]\times[2,5]\times[-2,0]$ tégla (x,y,z) pontjában a sűrűség $\rho(x,y,z)=10-x+y+2z$ (ami azt jelenti, hogy az (x,y,z) pontot tartalmazó elég kicsi kockákban ehhez tetszőlegesen közel van a tömeg/térfogat arány). Határozzuk meg a kocka tömegét!

2. Számítsa ki a következő, Descartes-koordinátákkal megadott pontok henger koordinátáit!

   a) $(2,-2,-2)$ (HF) b) $(1,1,1)$ c) $(-3,-4,\frac{\sqrt{3}}{2})$

3. Számítsa ki a következő, henger koordinátákkal megadott pontok Descartes koordinátáit!

   a) $(1,1,-2)$ (HF) b) $(2,\frac{\pi}{3},3)$ c) $(3,\frac{5\pi}{3},-4)$

4. Fogalmazza meg, hol helyezkednek el, illetve rajzolja le a következő halmazok henger koordinátákkal megadott pontjait:

   a) $\{(3,\varphi,z): 0\le\varphi<2\pi, z\in\mathbb{R}\}$ (HF) b) $\{(r,\frac{\pi}{3},z): r>0, z\in\mathbb{R}\}$

   (HF) c) $\{(4,\frac{\pi}{3},z): z\in\mathbb{R}\}$ d) $\{(r,\varphi,-3): r>0, -\pi<\varphi<\pi\}$

   e) $\{(4,\varphi,5): \frac{\pi}{6}<\varphi<\frac{\pi}{3}\}$ f) $\{(r,\frac{\pi}{3},-5): r>0\}$

5. Számítsuk ki az xyz függvény integrálját az alábbi tartományokon!

   a) $C=\{(x,y,z): x+y+z\ge 1, x\le 1, y\le 1, z\le 1\}$

   b) $A=\{(x,y,z): x^2+y^2\le z\le 9\}$

   (HF) c) $B=\{(x,y,z): x^2+y^2\le 4\le z\le 9\}$

6. Határozzuk meg az alábbi testek súlypontját!

   a) 1 sugarú félgömb

   (HF) b) $(0,0,0),(1,0,0),(0,1,0),(0,0,1)$ csúcsú tetraéder

7. Bizonyítsuk be, hogy egy $T:\mathbb{R}^n\to\mathbb{R}^n$ lineáris transzformáció tetszőleges mérhető halmazt $|\det(T)|$-szeres mértékűbe viszi!

8. (HF) Határozza meg egy M tömegű a élhosszúságú homogén egységkocka valamelyik élén átmenő tengelyre vonatkoztatott tehetetlenségi nyomatékát!

9. (HF) Határozzuk meg a h magasságú R sugarú M tömegű henger saját tengelyére vonatkoztatott tehetetlenségi nyomatékát!

A feladatsorok (remélhetően) letölthetőek a `www.cs.elte.hu/anal/keleti/gyak` oldalról is.