

## 9. feladatsor

1. a) Írjuk föl annak a síknak az egyenletét, amely mindhárom koordinátatengelyt az 1-nél metszi!

Adjunk meg olyan függvényt, amelynek ez a sík a grafikonja!

- b) Írjuk föl  $\mathbb{R}^n$ -ben annak a hipersíknak az egyenletét, amely az összes koordinátatengelyt az 1-nél metszi!

Adjunk meg olyan függvényt, amelynek ez a hipersík a grafikonja!

2. Legyen  $P = (1, 2, 3)$ ,  $Q = (4, 4, 4)$ ,  $S$  pedig az a  $Q$ -n átmenő sík, amelyik merőleges a  $PQ$  szakaszra.

- a) Írjuk fel az  $S$  sík egyenletét!

- b) Melyik pontja van az  $S$  síknak legközelebb az origóhoz?

(HF) c) Mutassuk meg, hogy az előbb kapott pontot az origóval összekötő szakasz merőleges az  $S$  síkra! Magyarázzuk meg geometriailag is, hogy ez miért van így?

3. (HF) a) Adott térfogatú téglák között melyiknek legkisebb a felszíne?

\* b) Találjunk frappáns okoskodást, amelynek segítségével le tudjuk vezetni a fenti eredményt és az előadáson vett nyitott dobozos eredményt egymásból!

4. (HF) Írjuk fel azon síkok egyenletét, amelyek a  $[0, 1] \times [0, 1] \times [0, 1]$  kocka legalább 3 csúcsán átmennek!

5. (HF) Határozzuk meg az alábbi függvények maximumát, minimumát a megadott halmazokon, és azt is, hogy hol veszi föl ezeket a függvény!

a)  $f(x, y) = x^3 y^2 (1 - x - y)$ ,  $H = \{(x, y) : 0 \leq x, 0 \leq y, x + y \leq 1\}$

b)  $f(x, y) = \sin x + \sin y + \sin(x + y)$ ,  $H = \{(x, y) : 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}\}$

c)  $f(x, y) = x^2 + y^2 + (x + y + 1)^2$ ,  $H = \mathbb{R}^2$

d)  $f(x, y) = x - y - 3$ ,  $H = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\}$

e)  $f(x, y) = 2 \log x \log y + \log x + \log y$ ,  $H = \{(x, y) : \frac{1}{e} \leq x \leq e, \frac{1}{e} \leq y \leq e\}$