

10. (idei utolsó) feladatsor

- Írja fel a következő függvények gradiensét azokban a pontokban, ahol létezik!
 - $f(x, y) = x \sin y$ (HF) b) $g(x, y) = (x + y^2)e^{x^2+y}$ c) $f(x, y, z) = \left(\frac{x}{y}\right)^z$
- Határozzuk meg az alábbi függvények grafikonjait a megadott pontokban érintő síkok illetve hiper-síkok egyenletét!
 - $f(x, y) = x^y$ (2, 3)
 - (HF) b) $f(x, y) = \sin(xy)$ $\left(\frac{1}{2}, \pi\right)$
 - (HF) c) $f(x_1, \dots, x_n) = x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n$ (1, 2, \dots, n)
 - (HF) d) $f(x, y, z) = xy^2 - z^3$ (3, 2, 1)
- Határozza meg a következő függvények $\alpha = 30^\circ$ -os szöghöz tartozó iránymenti deriváltját a (3, 5) pontban!
 - $f(x, y) = x^2 - y^2$ (HF) b) $g(x, y) = (x + y)^2$ c) $h(x, y) = xe^y$
- Milyen irányban lesz az iránymenti derivált maximális, illetve minimális a (-4, 2) pontban?
 - $f(x, y) = (x - y)^2$ (HF) b) $g(x, y) = x^2 + \frac{2}{xy}$ c) $h(x, y) = \log xe^y$
- Egy terepasztal felületét az $f(x, y)$ függvénnyel adjuk meg. Milyen irányban indul el a felület adott P illetve Q pontjai fölé helyezett golyó?
 - $f(x, y) = x^2 - y^2$ $P = (1, 2)$ $Q = (2, 1)$
 - (HF) b) $e^{-(x^2+y^2)}$ $P = (1, 2)$, $Q = (2, 1)$
 - (HF) c) $x^3 + y^3 - 9xy$ $P = (2, 0)$, $Q = (-2, 1)$
- Legyen $f(x, y) = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$. Írja fel az $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ ponton áthaladó szintvonal egyenletét, valamint a szintvonal érintőjét az $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ pontban! Írja fel a függvény gradiensét az $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ pontban! Mekkora szöveget zár be a szintvonal érintője a gradienssel?
- (HF) Határozzuk meg a $3x^2 + 2y^2 + z^2 = 9$ egyenletű ellipszoidot az (1, -1, 2) pontban érintő sík egyenletét!
- (HF) Egy terepasztal felületét az $f(x, y)$ függvény adja meg. Tegyük fel, hogy az x tengely kelet felé, az y tengely pedig észak felé mutat. Határozzuk meg a P ponton átmenő, észak-északnyugati irányban induló ösvény meredekségét a P pontban!
 - $f(x, y) = x^2 - y^2$ $P = (1, 2, -3)$
 - b) $e^{-(x^2+y^2)}$ $P = (1, 2, e^{-5})$
 - c) $x^3 + y^3 - 9xy$ $P = (2, 0, 8)$
- (HF) Bizonyítsa be, hogy az $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ függvény gradiense az origót kivéve minden pontban párhuzamos az adott pontba mutató helyvektorral! Adjon az előző állításra szemléletes magyarázatot is! Keressen még olyan függvényeket, ahol az origón kívüli pontokban a függvény gradiense párhuzamos a pontba mutató helyvektorral!
- (HF) Adott felszínű téglák között melyiknek legnagyobb a térfogata?