

8. feladatsor

- Számítsa ki a következő, Descartes-koordinátákkal megadott pontok henger és gömbi koordinátáit!
 - $(2, -2, -2)$ (HF) b) $(1, 1, 1)$ c) $(-3, -4, \frac{\sqrt{3}}{2})$
- Számítsa ki a következő, henger koordinátákkal megadott pontok Descartes és gömbi koordinátáit!
 - $(1, 1, -2)$ (HF) b) $(2, \frac{\pi}{3}, 3)$ c) $(3, \frac{5\pi}{3}, -4)$
- Számítsa ki a következő, gömbi koordinátákkal megadott pontok Descartes és henger koordinátáit!
 - $(1, 1, -2)$ (HF) b) $(2, \frac{\pi}{3}, -\frac{\pi}{2})$ c) $(3, \frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{3})$
- Fogalmazza meg, hol helyezkednek el, illetve rajzolja le a következő halmazok henger koordinátákkal megadott pontjait:
 - $\{(3, \varphi, z) : 0 \leq \varphi < 2\pi, z \in \mathbb{R}\}$ (HF) b) $\{(r, \frac{\pi}{3}, z) : r > 0, z \in \mathbb{R}\}$ c) $\{(4, \frac{\pi}{3}, z) : z \in \mathbb{R}\}$
(HF) d) $\{(r, \varphi, -3) : r > 0, -\pi < \varphi < \pi\}$ e) $\{(4, \varphi, 5) : \frac{\pi}{6} < \varphi < \frac{\pi}{3}\}$ f) $\{(r, \frac{\pi}{3}, -5) : r > 0\}$
- Fogalmazza meg, hol helyezkednek el, illetve rajzolja le a következő halmazok gömbi koordinátákkal megadott pontjait:
 - $\{(3, \vartheta, \varphi) : 0 \leq \vartheta < \pi, 0 \leq \varphi < 2\pi\}$ (HF) b) $\{(r, 1, \varphi) : 0 < r, 0 \leq \varphi < \pi\}$
(HF) c) $\{(r, \vartheta, \frac{7\pi}{3}) : 0 \leq r, 0 \leq \vartheta \leq \pi\}$ d) $\{(3, \frac{5\pi}{3}, \varphi) : \frac{\pi}{6} \leq \varphi < \frac{\pi}{3}\}$
e) $\{(3, \vartheta, -\frac{\pi}{4}) : \frac{\pi}{6} \leq \vartheta < \frac{\pi}{3}\}$ f) $\{(r, \frac{\pi}{2}, \frac{11\pi}{3}) : 3 < r < 5\}$
- Határozzuk meg az alábbi testek súlypontját!
 - 1 sugarú félgömb b) $(0, 0, 0), (1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)$ csúcsú tetraéder
c) (HF) R sugarú h magasságú kúp d) R sugarú gömb pozitív tényolcadba eső része
- Számítsuk ki az xyz függvény integrálját az alábbi tartományokon!
 - $A = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 \leq z \leq 9\}$
(HF) b) $B = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 \leq 4 \leq z \leq 9\}$
c) $C = \{(x, y, z) : x + y + z \geq 1, x \leq 1, y \leq 1, z \leq 1\}$
d) $D = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq 9, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}$
- Az előadáson gömbön vett integrálására kapott formulát általánosítsuk n -dimenziós gömbökre!
- Bizonyítsuk be, hogy egy $T : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ lineáris transzformáció tetszőleges mérhető halmazt $|\det(T)|$ -szeres mértékűbe viszi!
- (HF) Adja meg a gömb átmérőjének a másik végpontját gömbi koordinátákkal, ha az egyik végpontjának gömbi koordinátái:
 - $(2, \frac{\pi}{3}, -\frac{\pi}{2})$ b) $(3, \frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{3})$ c) $(1, 1, -2)$
- (HF) Határozzuk meg a h magasságú R sugarú M tömegű henger saját tengelyére vonatkoztatott tehetetlenségi nyomatékát!
- (HF) Legyen A az $x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$ egyenlőtlenséggel megadott test, amelynek sűrűsége az (x, y, z) pontban xyz . Mennyi a test tömege?
- (HF) Bizonyítsuk be, hogy a gömbi koordinátákra történő áttérésnél valóban $r^2 \sin \theta$ -val kell szorozni!