

6. feladatsor

- Legyen $\psi(x) = \frac{3}{x}$ és $\varphi(x) = \frac{2}{x}$, továbbá $H = \{(x, y) : 4 \leq x \leq 5, \varphi(x) \leq y \leq \psi(x)\}$. Számítsa ki a $\int_H f(x, y) dx dy$ kettős integrált az alábbi $f(x, y)$ függvényekre!
 - x/y^2 (HF) b) y/x^2 c) 1 Mi $\int_H f(x, y) dx dy$ jelentése a (c) esetben?
- Számítsa ki az $\int_H xy dx dy$ kettős integrált, ha
 - $H = \{(x, y) : x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 1\}$
 - H az origó középpontú, egység sugarú kör
 - H az $A(0, 0), B(2, 1), C(-2, 1)$ csúcsokkal meghatározott háromszög, (HF) d) $H = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y, y \leq x\}$ (HF) e) H az $A(1, 1), B(1, 0), C(0, 1)$ csúcsokkal meghatározott háromszög, (HF) f) H az $A(0, 0), B(0, 1), C(2, 1), D(1, 0)$ csúcsokkal meghatározott trapéz, (HF) g) H az $1 \leq x^2 + y^2 \leq 4$ körgyűrű.
- Rajzolja le azokat a tartományokat, amelyeken vett kettős integrálok az alábbi módon számíthatóak ki! Számítsa ki az integrálokat!
 - $\int_0^1 \int_{x^2}^x xy dy dx$ a) $\int_0^1 \int_{y^2}^y xy dx dy$ c) $\int_0^\pi \int_y^\pi \frac{\sin x}{x} dx dy$
 - (HF) d) $\int_0^2 \int_0^{y^2} (x+y) dx dy$ e) $\int_1^3 \int_x^{2x} xy dy dx$ f) $\int_0^2 \int_{x^2}^4 xe^{y^2} dy dx$
- Számítsa ki az alábbi felületekkel határolt testek térfogatát!
 - $z = x^2 + y^2, y = x^2, y = 1, z = 0$
 - (HF) b) $z = 1 + x + y, z = 0, x + y = 1, x = 0, y = 0$
- A manók egyenletes sűrűséggel és igen sűrűn lakják háromszög alakú városukat, melynek csúcsai az $(1, 2), (3, 2)$ és $(1, 4)$ koordinátájú pontokban vannak. Az x tengelyen egy meleg vizű, az y tengelyen pedig egy hideg vizű folyó folyik.
 - A manóknak átlagosan milyen messzire kell menniük, ha meleg és milyen messzire ha hideg vizű folyóhoz akarnak menni?
 - Melyik ponton lakó manónak kell épp ilyen távolságokat menni a folyókhoz?
 - Adjunk általános képletet a fenti pontra (melynek neve *súlypont*), amely más alakú városokra is működik!
- (HF) Határozzuk meg egy M tömegű, a befogójú homogén derékszögű egyenlőszárú háromszöglapnak a derékszögű csúcsán átmenő, a háromszög síkjára merőleges tengelyre vonatkoztatott tehetetlenségi nyomatékát!