2008 március 5. II. elemző analízis 1. csoport 2007-2008/II. félév

4. feladatsor

1. Határozzuk meg a $2x+3y+4z$ függvény maximumát és minimumát az origó középpontú 1 sugarú gömb felszínén!

2. Egy szúnyog koordinátái a t időpillanatban $x(t)=t, y(t)=t^2, z(t)=\frac{1}{t^2+1}$.
   a) Adja meg a szúnyog helyét az idő függvényében leíró $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}^3$ leképezést!
   b) Adja meg a szúnyog sebességét t függvényében!
   c) A levegő hőmérséklete az (x,y,z) pontban $H(x,y,z)=20+\frac{1}{x^2+y^2+z^2}$. Mennyi a levegő hőmérséklete abban a pontban, ahova a szúnyog a t=5 pillanatban érkezik?
   d) Adja meg azt a g függvényt, ami az időpontból közvetlenül számolja a hőmérsékletet a szúnyog pályáján! Melyik két függvény kompozíciója g?
   (HF) e) Határozzuk meg g deriváltját közvetlenül is, és a kompozíció alapján is!

3. Határozza meg az alábbi implicit módon megadott $y(x)$ függvények deriváltját a megadott pontokban!
   a) $e^{y(x)}+y(x)=e^x \quad x=0$-ban (HF) b) $9y^2=4x^2 \quad x=3$-ban
   (HF) c) $\frac{1}{1+y^2(x)}(\cos y^2(x)+1)=\sin x+x, \quad y(0)=\sqrt{\pi} \quad x=0$-ban

4. Egy hegy felületét az $F(x,y)=30-\frac{x^2}{100}-\frac{y^2}{100}$ függvény írja le. Adjuk meg a kiránduló ösvény legmagasabb pontját, ha az ösvény pontjainak koordinátái kielégítik a következő feltételeket:
   a) (törlendő) $3x+3y=\pi\sin x+\pi\sin y$ (HF) b) $4x^2+9y^2=36$ c) $y=\frac{1}{1+x^2}$

5. (HF) Legyen (a) $f(x,y)=(2x,2y)$ (b) $f(x,y)=(\frac{x}{2},\frac{y}{2})$. Milyen alakzatba viszi az f függvény az origó középpontú, egység sugarú kört és egy egység oldalú négyzetet?

6. (HF) Egy foltos szalamandra a melegedés reményében lefele mászik a hegyről, ahova tudatlan turisták felvitték. A szalamandra koordinátáit az idő függvényében az $f(t)=(t,t,1000-t^2)$ leképezés adja meg, a $t\in[0,30]$ időintervallumban. A szikla hőmérséklete az (x,y,z) pontban $H(x,y,z)=15+\frac{2000}{z}$.
   a) Milyen irányba megy a szalamandra?
   b) Milyen gyorsan változik a szikla hőmérséklete a foltos szalamandra pályáján?

7. (HF) Határozza meg f maximumát a megadott feltétel mellett!
   a) $f(x,y)=xy \quad x^2+y^2=1$ b) $f(x,y,z)=x-y+3z \quad x^2+\frac{y^2}{2}+\frac{z^2}{3}=1$
   c) $f(x,y)=xyz \quad x^2+y^2+z^2=3$ d) $f(x,y)=xy \quad x+y+z=5$
   e) $f(x,y)=xyz \quad xy+yz+xz=8$
   f) $f(x,y)=xyz \quad xy+yz+xz=8, \quad x,y,z\geq 0$

Ne felejtsék el, hogy házi feladat a 3. feladatsorról az elnapolt 3/b, 6/b,c,d és 7. feladat is!

A feladatsorok (remélhetően) letölthetőek a `www.cs.elte.hu/anal/keleti/gyak` oldalról is.