

## 4. feladatsor

- Határozzuk meg a  $2x + 3y + 4z$  függvény maximumát és minimumát az origó középpontú 1 sugarú gömb felszínén!
- Egy szúnyog koordinátái a  $t$  időpillanatban  $x(t) = t, y(t) = t^2, z(t) = \frac{1}{t^2+1}$ .
  - Adja meg a szúnyog helyét az idő függvényében leíró  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$  leképezést!
  - Adja meg a szúnyog sebességét  $t$  függvényében!
  - A levegő hőmérséklete az  $(x, y, z)$  pontban  $H(x, y, z) = 20 + \frac{1}{x^2+y^2+z^2}$ . Mennyi a levegő hőmérséklete abban a pontban, ahova a szúnyog a  $t=5$  pillanatban érkezik?
  - Adja meg azt a  $g$  függvényt, ami az időpontból közvetlenül számolja a hőmérsékletet a szúnyog pályáján! Melyik két függvény kompozíciója  $g$ ?
  - (HF) Határozzuk meg  $g$  deriváltját közvetlenül is, és a kompozíció alapján is!
- Határozza meg az alábbi implicit módon megadott  $y(x)$  függvények deriváltját a megadott pontokban!
  - $e^{y(x)} + y(x) = e^x$   $x = 0$ -ban (HF) b)  $9y^2 = 4x^2$   $x = 3$ -ban
  - (HF) c)  $\frac{1}{1+y^2(x)}(\cos y^2(x) + 1) = \sin x + x, y(0) = \sqrt{\pi}$   $x = 0$ -ban
- Egy hegy felületét az  $F(x, y) = 30 - \frac{x^2}{100} - \frac{y^2}{100}$  függvény írja le. Adjuk meg a kiránduló ösvény legmagasabb pontját, ha az ösvény pontjainak koordinátái kielégítik a következő feltételeket:
  - (törlendő)  $3x + 3y = \pi \sin x + \pi \sin y$  (HF) b)  $4x^2 + 9y^2 = 36$  c)  $y = \frac{1}{1+x^2}$
- (HF) Legyen (a)  $f(x, y) = (2x, 2y)$  (b)  $f(x, y) = (\frac{x}{2}, \frac{y}{2})$ . Milyen alakzatba viszi az  $f$  függvény az origó középpontú, egység sugarú kört és egy egység oldalú négyzetet?
- (HF) Egy foltos szalamandra a melegedés reményében lefele mászik a hegyről, ahova tudatlan turisták felvitték. A szalamandra koordinátáit az idő függvényében az  $f(t) = (t, t, 1000 - t^2)$  leképezés adja meg, a  $t \in [0, 30]$  időintervallumban. A szikla hőmérséklete az  $(x, y, z)$  pontban  $H(x, y, z) = 15 + \frac{2000}{z}$ .
  - Milyen irányba megy a szalamandra?
  - Milyen gyorsan változik a szikla hőmérséklete a foltos szalamandra pályáján?
- (HF) Határozza meg  $f$  maximumát a megadott feltétel mellett!
  - $f(x, y) = xy$   $x^2 + y^2 = 1$  b)  $f(x, y, z) = x - y + 3z$   $x^2 + \frac{y^2}{2} + \frac{z^2}{3} = 1$
  - $f(x, y) = xyz$   $x^2 + y^2 + z^2 = 3$  d)  $f(x, y) = xy$   $x + y + z = 5$
  - $f(x, y) = xyz$   $xy + yz + xz = 8$
  - $f(x, y) = xyz$   $xy + yz + xz = 8, x, y, z \geq 0$

*Ne felejtsek el, hogy házi feladat a 3. feladatsorról az elnapolt 3/b, 6/b, c, d és 7. feladat is!*

A feladatsorok (remélhetően) letölthetőek a [www.cs.elte.hu/anal/keleti/gyak](http://www.cs.elte.hu/anal/keleti/gyak) oldalról is.