2007 november 16. II. elemző analízis 1. csoport 2007-2008/II. félév

7. feladatsor

1. Határozzuk meg az alábbi függvények maximumát, minimumát a megadott halmazokon, és azt is, hogy hol veszi föl ezeket a függvény!

   a) $f(x,y) = xy,\ \ H = \{h \in \mathbb{R}^2 : |h| \le 3\}$

   (HF) b) $f(x,y) = xy + x^2 + y^2,\ \ H = [-2,2] \times [-1,1]$.

2. Rajzoljuk le az alábbi halmazokat, határozzuk meg a belső-, külső- és határpontjaikat, és döntsük el mindegyik halmazról, hogy nyílt-e, zárt-e, és hogy korlátos-e!

   a) $\{h \in \mathbb{R} : -3 \le h \le 5\}$ b) $\{h \in \mathbb{R} : -3 < h \le 5\}$ c) $\{h \in \mathbb{R} : h < 3\}$

   d) $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 4\}$ e) $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 1\}$

   (HF) f) $\{h \in \mathbb{R} : -3 < h < 5\}$ g) $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \le 4\}$

   (HF) h) $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : -3 < x < 5\}$ i) $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \ge 4\}$

   (HF) j) $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \le x \le 1, -1 < y < 1\}$ k) $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \le -4\}$

   (HF) l) $\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 < 1\}$ m) $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \ge 0\}$

   (HF) n) $\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2+y^2+z^2 \le 1\}$ o) $\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2+y^2+z^2 = 1\}$

3. Legyen $H \subset \mathbb{R}^n$. Igazak-e a következő állítások?

   a) Ha $x \in H$, akkor x belső pontja H-nak.

   b) Ha $x \notin H$, akkor x nem lehet belső pontja H-nak.

   c) Ha $x \in H$, akkor x nem lehet határpontja H-nak.

   d) Ha $x \notin H$, akkor x nem lehet határpontja H-nak.

   e) Van olyan halmaz, amelynek minden pontja határpont.

   f) Van olyan halmaz, amelynek minden pontja belső pont.

   g) Van olyan halmaz, amelynek nincs belső pontja.

4. a) Mely $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ pontokban nulla az $f(x,y) = x^3$ függvény mindkét parciális deriváltja?

   b) Mely $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ pontokban van az $f(x,y) = x^3$ függvénynek lokális szélsőértékhelye?

5. Keressünk lokális szélsőértékhelyeket és nyeregpontokat az előző két feladatsor grafikonjain!

Házi feladat továbbá az előző feladatsor összes HF-es feladata!

A feladatsorok (remélhetően) letölthetőek a `www.cs.elte.hu/anal/keleti/gyak` oldalról is.