Végetelen sorok

1. feladat

Számítsuk ki a következő sorok összegét!

(a) $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$

(b) $1 + \frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000} + \dots$

(c) $\frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \dots$

(d) $\frac{1}{1\cdot 4} + \frac{1}{4\cdot 7} + \frac{1}{7\cdot 10} + \dots$

(e) $\frac{1}{1\cdot 4} + \frac{1}{2\cdot 5} + \frac{1}{3\cdot 6} + \dots$

(f) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{4^n+5^n}{9^n}$

2. feladat

Igaz-e, hogy ha

(a) $a_n \to 0 \quad \Longrightarrow \quad \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergens?

(b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergens $\quad \Longrightarrow \quad a_n \to 0$?

(c) $a_n \to 1 \quad \Longrightarrow \quad \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ divergens?

(d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ divergens $\quad \Longrightarrow \quad a_n \to 1$?

3. feladat

Konvergensek-e a következő sorok?

(a) $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots$

(b) $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots$

(c) $\frac{1}{1\cdot 3} - \frac{1}{3\cdot 5} + \frac{1}{5\cdot 7} - \dots$

(d) $1 - 3 + 5 - 7 + \dots$

(e) $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots$

(f) $1 - \frac{1}{\frac{2}{3}} + \frac{1}{\frac{4}{9}} - \frac{1}{\frac{8}{27}} + \dots$

4. feladat

Konvergensek-e a következő sorok?

(a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ (b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ (c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!}$ (d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ (e) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$

(f) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[n]{2}}$ (g) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[n]{n}}$ (h) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sqrt[n]{0,0001}$ (i) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n(n+5)$

(j) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n^4+2}$ (k) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+\sqrt{n}}$ (l) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+n}$ (m) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n}}$

(n) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt[n]{n}}$ (o) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$ (p) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (1 + \frac{1}{n})$ (q) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (1 - \frac{1}{n})$

(r) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (\frac{2}{5})^n$ (s) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (\frac{5}{2})^n$ (t) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sqrt[n]{\frac{1}{2}}$ (u) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n+3^n}{5^n}$