

7. feladatsor

1. Hány primitív függvénye és hány határozatlan integrálja van az $f(x) = x^2$ függvénynek? Adjuk meg az összeset!

2. (HF) Számítsuk ki a következő határértékeket!

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{1}{x}} \quad b) \lim_{x \rightarrow 0+0} x^a \log x \text{ (adott fix } a > 0\text{-ra)} \quad c) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin \frac{1}{n}}{\log \left(1 + \frac{1}{n}\right)} \quad d) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - x^2}{1 - \cos x}$$

$$(HF) \quad e) \lim_{x \rightarrow 0+0} \frac{\log x}{\operatorname{tg} x} \quad f) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^x}{x^2} \quad g) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log x}{x^a} \text{ (adott fix } a > 0\text{-ra)}$$

$$h) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^x \text{ (adott fix } a \in \mathbb{R}\text{-ra)} \quad i) \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^x \text{ (adott fix } a \in \mathbb{R}\text{-ra)}$$

$$j) \lim_{x \rightarrow \infty} x \left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} x\right) \quad k) \lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} n\right) \quad l) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \sin x}{x + \cos x}$$

3. Határozzuk meg (a tavaszi szünet előtt tanult módszerekkel) a következő határozatlan integrálokat!

$$a) \int \frac{1}{\cos^2 x} dx \quad b) \int \frac{1}{\sqrt{x}} dx \quad c) \int 2\sqrt{3x+4} dx \quad d) \int \frac{1}{2x-3} dx$$

$$e) \int \frac{1}{x^2+2x+1} dx \quad f) \int \frac{x+1}{\sqrt{x}} dx \quad g) \int \frac{x^2}{x+1} dx$$

$$(HF) \quad h) \int 2^x dx \quad i) \int \frac{2}{\sin^2 3x} dx \quad j) \int \frac{1}{4x^2+1} dx$$

$$k) \int \frac{1}{4+x^2} dx \quad l) \int \frac{1}{4-x^2} dx \quad m) \int \frac{1}{x^2+2x+2} dx \quad n) \int \frac{1}{1-\sin^2 x} dx$$

4. Határozzuk meg (parciális integrálással) a következő határozatlan integrálokat!

$$a) \int x \cos x dx \quad b) \int x^2 e^{-x} dx \quad (HF) \quad c) \int x^2 \sin x dx$$

5. Határozzuk meg (az f'/f és $f^a f'$ alakú függvények integráljára tanult képletek alapján) a következő határozatlan integrálokat!

$$a) \int \frac{3x^2}{x^3+1} dx \quad b) \int \frac{x^2}{x^3+1} dx$$

$$(HF) \quad c) \int (\log x)^2 \cdot \frac{1}{x} dx \quad d) \int 2x\sqrt{x^2+1} dx \quad e) \int x\sqrt{x^2+1} dx \quad f) \int \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} dx$$

6. Egy versenyautóból 50 m/s-os sebességnél 400 m-re a céltól kifogy a benzin, és onnantól kezdve 2 m/s^2 a lassulása. Hány másodperc múlva ér a célba?