

## 5. feladatsor

1. a)  $(x^2 - 5x + 17)''' = ?$       b)  $(e^{-x})^{(7)} = ?$   
(HF) c)  $(e^x)^{(99)} = ?$       d)  $(\cos x)^{(9)} = ?$       e)  $(x^{77} + 100x^{55} + 43x^8 + x^3 + 12)^{(77)} = ?$
2. Határozzuk meg az alábbi függvények  $k$ -adik deriváltját minden  $k = 0, 1, 2, 3, \dots$ -ra!  
a)  $\sin x$       (HF) b)  $\cos x$       c)  $e^{-x}$       d)  $\operatorname{ch}x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$       e)  $\operatorname{sh}x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$   
(HF) f)  $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$       ( $a_1, \dots, a_n \in \mathbb{R}$ )
3. Határozzuk meg az alábbi függvények minimumát a  $(0, \infty)$  intervallumban!  
a)  $x^x$       (HF) b)  $x + \frac{1}{x^2}$
4. Mely intervallumokon konvex, melyeken konkáv, hol van inflexiós pontja?  
a)  $x^3$       b)  $\frac{1}{x}$       (HF) c)  $\cos x$       d)  $\operatorname{arctg}x$   
(HF)  $k = 1, 2, \dots$ -ra:      e)  $x^{2k}$       f)  $x^{2k+1}$       g)  $x^{-2k}$       h)  $x^{-(2k-1)}$       i)  ${}^{2k+1}\sqrt{x}$
5. Hányszor differenciálható  $|x^3|$ ? Határozzuk meg a  $k$ -adik deriváltját!
6. Legyen  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mindenhol kétszer differenciálható függvény. Határozzuk meg a következő állítaspárok logikai kapcsolatát!  
a) A:  $f$  szigorúan monoton nő  $\mathbb{R}$ -en.      B:  $(\forall x \in \mathbb{R}) f'(x) > 0$   
b) A:  $f$  monoton nő  $\mathbb{R}$ -en.      B:  $(\forall x \in \mathbb{R}) f'(x) \geq 0$   
(HF) c) A:  $f$  konvex  $\mathbb{R}$ -en.      B:  $(\forall x \in \mathbb{R}) f''(x) \geq 0$   
d) A:  $f$  szigorúan konvex  $\mathbb{R}$ -en.      B:  $(\forall x \in \mathbb{R}) f''(x) > 0$   
e) A:  $f$ -nek szigorú lokális minimuma van 3-ban.      B:  $f'(3) = 0$  és  $f''(3) > 0$
7. Végezzük el a következő függvények teljes függvényvizsgálatát!  
a)  $x^3 - 9x$       b)  $\frac{1}{\sin x}$       c)  $\frac{1}{1+x^2}$   
(HF) d)  $\frac{1}{x}$       e)  $x e^x$       f)  $x + \frac{1}{x}$       g)  $\arcsin(x)$       h)  $\sqrt{x^2 - 1} - x$       i)  $x + \frac{2x}{x^2 - 1}$