

3. feladatsor

1. Számítsuk ki a definíció szerint az

a) $f(x) = \sqrt{x}$ (HF) b) $f(x) = \sqrt[3]{x}$

függvény differenciálhányadosát a -ban!

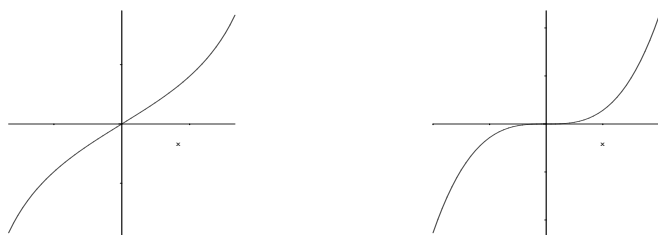
Hol van értelmezve, hol folytonos és hol differenciálható f ?

Adjuk meg a deriváltfüggvényt!

2. a) Adjuk meg $\cos x$ grafikonjának $x = \frac{\pi}{3}$ pontbeli érintőjét!

(HF) b) Hol vízszintes a $2x^3 - 6x^2 + 8$ grafikonjának az érintője?

3. A következő két ábra egyikén a $\operatorname{tg} x$, a másikon az x^3 függvény szerepel. Melyik rajzhoz melyik függvény tartozik?



4. a) Egy autó út - idő függvényét az $s(t) = 3t^2 + 5t + 8$ függvény adja meg. Határozzuk meg az autó pillanatnyi sebességét a $t = 3$ pillanatban! Adjuk meg az autó sebesség - idő függvényét!

(HF) b) Egy autó sebesség - idő függvényét az $s(t) = 5t + 3$ függvény adja meg. Határozzuk meg az autó pillanatnyi gyorsulását a $t = 7$ pillanatban! Adjuk meg az autó gyorsulás - idő függvényét!

(HF) c) Egy rezgő test kitérés - idő függvénye: $y(t) = 5 \sin t$. Adjuk meg a test sebesség - idő függvényét! Adjuk meg a test gyorsulás - idő függvényét!

5. Határozzuk meg az alábbi függvények deriváltfüggvényét, azaz határozzuk meg, hogy hol differenciálhatóak és hogy mi a derivált!

a) $|x|$ b) $[x]$ (HF) c) $\{x\}$ d) $|x^2|$ e) $|x^3|$ f) $|x^2 - 7|$

6. Deriváljuk a következő függvényeket!

a) x^{99} b) $\sin x + \operatorname{tg} x + \log_2 x + 77$ c) $x^3 \cos x$ d) $\frac{3x+2}{x-1}$

e) $\sqrt{x} + \frac{1}{x^3}$ f) $(3x^5 + 1) \cdot \sin x$ g) $\frac{x^3-1}{\log x}$ h) $x^2(\operatorname{ctg} x) \log x$ i) $\frac{1}{x^2+1}$

(HF) j) $5x^7 - \frac{x^4}{3} + 2x - 1$ k) $\frac{\cos x}{\sin x + x^2 + 10}$ l) $\frac{1}{\sqrt{x}}$ m) $4x^3 \log_3 x$

7. a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x} = ?$ (HF) b) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\sin x - \frac{1}{2}}{x - \frac{\pi}{6}} = ?$ c) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{x - \frac{\pi}{2}} = ?$ d) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\log x}{x - 1} = ?$

8. Mekkora szögben metszik egymást az alábbi görbék? (Azaz mekkora a metszéspont(ok)ban az érintőik hajlásszöge?)

a) x^2 és \sqrt{x} (HF) b) x^2 és $2x$ c) $4 - \frac{x^2}{2}$ és $-x + 4$

9. * Legyen

$$f(x) = \begin{cases} x^\alpha \sin \frac{1}{x} & \text{if } x \neq 0 \\ 0 & \text{if } x = 0. \end{cases}$$

Differenciálható-e f a 0 pontban, ha

a) $\alpha = 0$, b) $\alpha = 1$, c) $\alpha = 2$, d) $\alpha = 3$?

10. (HF) Deriváljuk az alábbi függvényeket!

a) 2^x b) $\cos(x^2)$ c) $\sin(2x)$ d) $\sin^2(x)$ e) $x^{\sqrt{2}}$

f) $\sqrt{x^2 + 1}$ g) $\log(x^4 + 7)$ h) $x e^x$ i) $\arctg x$ j) $\frac{\arcsin x}{\arccos x}$

k) $\log \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$ l) $\frac{1}{\sqrt[3]{x}}$ m) $\sqrt[4]{x} \cdot 4^x$ n) e^{x^2} o) $\sqrt{\frac{\sin^2 \frac{x}{2} + \cos^2 \frac{x}{2}}{6}}$

11. (HF)

a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = 4$. Következik-e ebből, hogy f folytonos 3-ban?

b) Az f függvény folytonos 3-ban. Következik-e ebből, hogy $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3}$ létezik és véges?

12. (HF) Adjunk deriválási szabályt az $\frac{1}{f(x)}$ alakú függvényekhez. Adjuk meg a szabály feltételeit is!

A feladatsorok (remélhetően) letölthetőek a www.cs.elte.hu/anal/keleti/gyak oldalról is.