

2. feladatsor

1. Fogadjuk el igaznak, hogy ki korán kel, aranyat lel. Melyik állítás igazsága következik ebből?

- a) Aki későn kel, nem lel aranyat.
- b) Aki aranyat lelt, az korán kelt.
- c) Aki nem lelt aranyat, az későn kelt.

2. Bizonyítsuk be, hogy

$$(A \iff B) = (A \implies B) \wedge (A \impliedby B) !$$

3. Írjuk fel az alábbi állítások tagadását!

- a) Kék az ég és zöld a fű.
- b) Ki korán kel, aranyat lel.
- c) Sötétben minden tehén fekete.

4. Jelentse $P(x)$: „ x páros”, $H(x)$: „ x hattal osztható”. Mit jelentenek a következő formulák, és igazak-e?

$$\begin{array}{llll} a) P(4) \wedge H(12) & b) \forall x P(x) \implies H(x) & c) \exists x H(x) \implies \overline{P(x)} & d) \exists x P(x) \wedge H(x) \\ (HF) & e) \exists x P(x) \wedge H(x+1) & f) \forall x H(x) \implies P(x) & g) \forall x \overline{H(x)} \implies \overline{P(x)} \end{array}$$

5. Hány olyan részhalmaza van a $H = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$ halmaznak, amelyre igaz, hogy

- a) az 1 benne van a részhalmazban;
- b) az 1 és a 2 benne van a részhalmazban;
- c) az 1 vagy a 2 benne van a részhalmazban;
- d) az 1 benne van a részhalmazban vagy a 2 nincs benne a részhalmazban;
- e) ha az 1 benne van a részhalmazban, akkor a 2 benne van a részhalmazban?
- f) Hány olyan részhalmaza van a $H = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$ halmaznak, amelyekre a fenti tulajdonságok nem teljesülnek? (Ez 5 külön feladat.)

6. * Egy egész számokból álló H halmazról tudjuk, hogy valahányszor x és $x + 1$ benne van a H halmazban valamilyen x -re, akkor $x + 2$ is benne van H -ban. Következik-e ebből, hogy valahányszor y nincs benne H -ban, de $y - 1$ benne van H -ban valamilyen y -ra, akkor $y - 2$ nincs benne H -ban?

7. (HF) Ha kedd van, akkor Belgiumban vagyunk. Melyik állítás következik ebből?

- a) Ha szerda van, akkor nem Belgiumban vagyunk.
- b) Ha Belgiumban vagyunk, akkor kedd van.
- c) Ha nem Belgiumban vagyunk, akkor nincs kedd.

8. (HF) Tudjuk, hogy b és c olyan számok, hogy ha $b \mid 2520 \implies c \mid 2520$. Mire következtethetünk abból, hogy

$$a) b \nmid 2520; \quad b) c \nmid 2520 ?$$

9. (HF) Egy mobiltelefon társaság új programokat kínál az előfizetőinek. A Csili-csali programban a havi alapdíj 500 Ft, és a telefonhívások díja 7,50 Ft/perc. A Tele-fele program havi alapdíja a Csili-csali program alapdíjának a fele, a percdíj 12,50 Ft. Havonként hány perces beszélgetés esetén éri meg jobban a Tele-fele programban részt venni?

10. (HF) Tagadjuk az alábbi állításokat!

- a) Minden egér szereti a sajtót.
- b) Aki másnak vermet ás, maga esik bele.
- c) Minden asszony életében jön egy pillanat, mikor olyat akar tenni, amit nem szabad.
- d) Van, akit nem várnak, csak érkezik.
- e) Mindenki másképp csinálja.
- f) Londonban sej, van számos utca, és minden utcán van sarok.