15. feladatsor

1. Konvergens-e? Divergens-e? Határozzuk meg a határértékét, ha van!

$$a)\ \sqrt[7]{n} \qquad b)\ 2^{-n} \qquad c)\ (-2)^n \qquad d)\ \frac{1}{n^3}$$

$$e)\ (1,1)^n \qquad f)\ \left(-\frac{4}{5}\right)^n \qquad g)\ \sqrt[n]{1000} \qquad h)\ \sqrt[n]{0,1}$$

2. Igaz-e, hogy minden elég nagy n-re
   a) $n^2 > 1000n + 10^{100}$?
   b) $n^2 < 1000n + 10^{100}$?
   c) $\sqrt[n]{n} < \frac{4}{3}$?

3. Határozzuk meg a határértékét, ha van!

$$a)\ \frac{1}{(1,2)^n + 1} \qquad b)\ \sqrt[3]{n+100} \qquad c)\ \sqrt[n]{7+\sin(n)} \qquad d)\ \frac{n+2}{\sqrt{n} - 3^{-n}} \qquad e)\ \sqrt[n]{\sqrt{n} - 1}$$

4. Keressünk olyan n-et, amelyre
   a) $(1 + 10^{-10})^n > n$!
   b) $(1 + 10^{-10})^n > n^{100}$!
   (Ötlet: Nézzük meg a $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{n} = 1$ bizonyítását!)

5. (HF) Írjuk fel az $a_n \to \infty$ és az $a_n \to -\infty$ definícióját a "minden elég nagy n-re" kifejezés segítségével!

6. (HF) Bizonyítsuk be a végtelen csendőrszabályt!

7. (HF) Mutassunk olyan (a_n) és (b_n) sorozatokat, amelyekre $\lim_{n\to\infty} a_n = \infty$, $\lim_{n\to\infty} b_n = -\infty$ és
   a) $\lim_{n\to\infty}(a_n + b_n) = 0$!
   b) $\lim_{n\to\infty}(a_n + b_n) = 7$!
   c) $\lim_{n\to\infty}(a_n + b_n) = \infty$!
   d) $\lim_{n\to\infty}(a_n + b_n) = -\infty$!

8. Határozzuk meg a határértékét, ha van!

$$a)\ 2^{-n} + n^{-2} \qquad b)\ 2\sqrt[n]{n} \qquad c)\ \sqrt[n]{2n} \qquad d)\ \frac{1+\frac{1}{n}}{2-\frac{1}{n^2}} \qquad e)\ \sqrt[3]{n} + \sqrt[5]{n}$$

$$f)\ \sqrt[n]{n} - n \qquad g)\ 2^n(100 - \sqrt{n}) \qquad h)\ \sqrt[n]{10^{10} n^2} \qquad i)\ \sqrt[n]{10^{10} n^n} \qquad j)\ \frac{2^n + 3^n}{5^n}$$

   (Ennél a feladatnál szabad használni a határértékekre vonatkozó műveleti szabályokat, melyek a november 14.-i előadáson lesznek/voltak.)

A feladatsorok (remélhetően) letölthetőek a `www.cs.elte.hu/anal/keleti/gyak` oldalról is.