

## 14. feladatsor

1. Írjuk fel logikai jelekkel, de a hatérték jelölései és tagadásjel (valamint  $\exists$  és  $\forall$  jelek) nélkül az alábbi állításokat!

- a) Az  $(a_n)$  sorozat nem tart  $\infty$ -hez.  
 b) A  $(b_n)$  sorozat nem tart  $-\infty$ -hez.  
 c) A  $(c_n)$  sorozat oszcillálva divergens.

2. Konvergens-e? Divergens-e? Határozzuk meg a határértékét, ha van!

a)  $n\sqrt{n}$       b)  $n - n^2$       c)  $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2}$       d)  $d_n = \begin{cases} n, & \text{ha } n \text{ páros} \\ 0, & \text{ha } n \text{ páratlan} \end{cases}$

(HF) e)  $\sqrt{n}$       f)  $\frac{3^n}{(-3)^n}$       g)  $n!$       h)  $h_n = \begin{cases} 3, & \text{ha } n \text{ páros} \\ 4, & \text{ha } n \text{ páratlan} \end{cases}$

(HF) i)  $\frac{2^n}{3^n}$       j)  $\frac{3^n}{2^n}$       k)  $n - \sqrt{n}$       l)  $\sqrt{n^2 - 1}$       m)  $m_n = \begin{cases} 3n, & \text{ha } n \text{ páros} \\ 4n^2, & \text{ha } n \text{ páratlan} \end{cases}$

3. Az  $a_n$  sorozat  $\infty$ -hez divergál. Következik-e ebből, hogy

- a) az  $a_n$  sorozatnak nincs legnagyobb tagja;  
 b) az  $a_n$  sorozatnak van legkisebb tagja?

4. Határozzuk meg a  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -\infty$  és a következő állítások logikai kapcsolatát!

- a)  $\forall K \quad \exists n_0 \quad \forall n > n_0 \quad a_n \leq K$   
 b)  $\forall K \quad \exists n_0 \quad \forall n > n_0 \quad a_n < \frac{K}{2}$

5. \*

a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 1} - n) = ?$       b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + n} - n) = ?$

6. (HF) Igaz-e, hogy ha egy sorozatnak van (véges vagy végtelen) határértéke, akkor alulról vagy felülről korlátos?

7. (HF) Van-e olyan oszcillálva divergens sorozat, amelyik

- a) korlátos?      b) nem korlátos?

8. (HF) Tudjuk, hogy  $\lim_{n \rightarrow \infty} = \infty$ . Következik-e ebből, hogy

- a) a  $(3, \infty)$  intervallumon kívül az  $a_n$  sorozatnak csak véges sok tagja van;  
 b)  $\forall K$  esetén a  $(K, \infty)$  intervallumon kívül az  $a_n$  sorozatnak csak véges sok tagja van;  
 c) a  $(3, \infty)$  intervallumban az  $a_n$  sorozatnak végtelen sok tagja van;  
 d)  $\forall K$  esetén a  $(K, \infty)$  intervallumban az  $a_n$  sorozatnak végtelen sok tagja van?

9. (HF) Mit mondhatunk a  $(-a_n)$  sorozat határértékéről, ha

- a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$  ( $a \in \mathbb{R}$ )?      b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty$ ?      c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -\infty$ ?  
 d)  $a_n$  oszcillálva divergens?

10. (HF) Mi az alábbi két állítás logikai kapcsolata?

- (i)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty$   
 (ii)  $(a_n)$  alulról korlátos, de felülről nem korlátos.