11. feladatsor

1. Mi a kapcsolat a véges tizedes tört alakban felírható számok halmaza és a racionális számok halmaza között?

2. Döntsük el az alábbi halmazokról, hogy alulról korlátosak-e, felülről korlátosak-e, korlátosak-e, és hogy van-e legkisebb illetve legnagyobb elemük?

   a) prímszámok halmaza

   b) pozitív számok halmaza

   c) $[-5, -2)$

   (HF) d) $\{\frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}^+\}$

   (HF) e) $\{x \in \mathbb{R} : x \leq 73\}$

   (HF) f) $\{x \in \mathbb{Q} : x \leq 73\}$

   (HF) g) $\{x \in \mathbb{R} : x \leq \sqrt{2}\}$

   (HF) h) $\{x \in \mathbb{Q} : x \leq \sqrt{2}\}$

   (HF) i) $\{n \in \mathbb{N} : n$ prímszám $\wedge$ $n + 2$ prímszám $\}$

3. Mennyiben szólnának másképp az előadáson a végtelen tizedestörtekről szóló tételek, ha a végtelen tizedestört alak definíciójában $n \leq x \leq n{+}1$; $n{,}a_1 \leq x \leq n{,}a_1{+}\frac{1}{10}$; ... kikötések helyett $n \leq x < n{+}1$; $n{,}a_1 \leq x < n{,}a_1 + \frac{1}{10}$; ... szerepelne?

4. Mi a kapcsolat az alábbi két állítás között azaz melyikből következik a másik?

   (i) Az A halmaz véges (azaz véges sok eleme van).

   (ii) Az A halmaz korlátos.

5. * Van-e olyan $a_1, a_2, \ldots$ számsorozat, amelyre az $\{a_1, a_2, \ldots\}$ halmaz korlátos, de nincs se maximuma, se minimuma?

6. (HF) Írjuk fel logikai jelekkel az alábbi állításokat!

   a) Az A halmaz korlátos.

   b) Az A halmaz alulról nem korlátos.

   c) Az A halmaznak nincs legkisebb eleme.

7. (HF) Mi a kapcsolat az alábbi két állítás között azaz melyikből következik a másik?

   (i) Az A halmaznak van legkisebb eleme.

   (ii) Az A halmaz alulról korlátos.

8. (HF) a) Egy számhalmaznak hány maximuma lehet?

   b) Egy számhalmaznak hány felső korlátja lehet?

9. (HF) Bizonyítsuk be, hogy bármely két valós szám között van véges tizedes tört!

10. (HF) Fordítsuk le a végtelen tizedestörtekről tanultakat kettes számrendszerre, azaz definiáljuk a véges és végtelen bináris (kettedes) törteket és mondjuk ki a tételeink megfelelőit!

A feladatsorok (remélhetően) letölthetőek a `www.cs.elte.hu/anal/keleti/gyak` oldalról is.