

## 1. feladatsor

1. Egy udvarban van 5 kecske és 20 bolha. Tudjuk, hogy van olyan kecske, amit minden bolha megcsípett. Következik-e ebből, hogy van olyan bolha, amelyik minden kecskét megcsípett?
2. Balkezes Bendegúz a bal kezével csak igaz állításokat tud leírni, a jobb kezével pedig csak hamis állításokat. Melyik kezével írhatja le a következő mondatokat?
  - a) Balkezes vagyok.
  - b) Jobbkezes vagyok.
  - c) Balkezes vagyok és Bendegúz a nevem.
  - d) Jobbkezes vagyok és Bendegúz a nevem.
  - e) Balkezes vagyok vagy Bendegúz a nevem.
  - f) Jobbkezes vagyok vagy Bendegúz a nevem.
  - g) A 0 se nem páros, se nem páratlan.
3. Matematika országban a bíró csak a bizonyítékoknak hisz. Például, ha F azt állítja, hogy van fekete oroszlán, akkor állításának helyességéről meggyőzheti a bírót azzal, ha mutat neki egy fekete oroszlánt.
  - a) F azt állítja, hogy minden oroszlán fekete. Elég bizonyíték-e, ha mutat a bírónak egy fekete oroszlánt?
  - b) F azt állítja, hogy minden oroszlán fekete, G pedig azt állítja, hogy F téved. Hogyan bizonyíthatná G az állítását?
  - c) F azt állítja, hogy minden 2-re végződő négyzetszám osztható 3-mal. G szerint F téved. Hogyan bizonyíthatná G az állítását? F-nek vagy G-nek van igaza?
  - d) F azt állítja, hogy ha egy derékszögű háromszög befogói  $a$  és  $b$ , átfogója  $c$ , akkor  $a^2 + b^2 = c^2$ . Hogyan bizonyíthatná F az állítását?
  - e) F azt állítja, hogy egy másodfokú egyenletnek lehetnek negatív gyökei. Hogyan bizonyíthatná F az állítását?
  - f) F azt állítja, hogy egy másodfokú egyenletnek lehet 3 gyöke. G szerint F téved. Hogyan bizonyíthatná G az állítását?
4. \* Van 100 kupacunk, mindegyikben 100 darab érme. Az egyik kupacban minden érme aranyból van, a többiben pedig olyan hamisítvány, amit laikus nem tud az igaztól megkülönböztetni. Azt is lehet tudni, hogy a hamisítványok 99 grammosak, az igaziak 100 grammosak. Egy mérést végezhetünk egy pontos digitális mérleggel, majd utána választhatunk magunknak 100 érmét. Mit tegyünk?
5. (HF) Egy szigeten olyan lakosok élnek, akik csak hétfőn, szerdán és pénteken mondanak igazat, a hét többi napján hazudnak. Mikor hangozhattak el a következő mondatok?
  - a) Holnap igazat fogok mondani.
  - b) Holnap és holnapután is hazudni fogok.
6. (HF) Ábrázoljuk számegyenesen a következő egyenlőtlenségek megoldáshalmazát!
  - a)  $|x - 5| < 3$
  - b)  $|5 - x| < 3$
  - c)  $|x - 5| < 1$
  - d)  $|5 - x| < 1$
  - e)  $|x - 5| < 0.5$
  - f)  $|x - 5| < 0.1$
7. (HF) Egy (másik) szigeten nincs két olyan ember, akinek pontosan ugyanazok a fogai hiányoznának. Legfeljebb hány ember él a szigeten?
8. (HF) Oldjuk meg az alábbi egyenlőtlenségeket!

$$a) \frac{1}{5x + 6} \geq -1 \quad b) |2x - 1| < |x - 1| \quad c) 6x^2 + 7x - 20 > 0$$