

7. feladatsor

1. Bizonyítsuk be (az axiómákból), hogy minden valós számhoz
 - a) van nála nagyobb egész szám!
 - a) van nála kisebb egész szám!
2. Mutassuk meg, hogy a Cantor axióma nem lenne igaz, ha zárt intervallumok helyett
 - a) nyílt
 - b) (HF) balról zárt, jobbról nyílt intervallumok szerepelnének!
3. Bizonyítsuk be, hogy tetszőleges a, b valós számokra

$$|a| - |b| \leq |a - b| \leq |a| + |b| !$$

4. Bizonyítsuk be, hogy bármely két valós szám között van véges tizedes tört!
5. Bizonyítsuk be, hogy a komplex számok teste nem rendezhető, azaz nem lehet megadni \mathbb{C} -n olyan rendezést, amelyre teljesül minden rendezési axióma!
6. (HF) Adjunk meg olyan n -t, amelyre

$$a) 1,00001^n > 1000 \quad b) 0,9999^n < 0,0001 \quad c) \sqrt[n]{2} < 1,00001$$

7. (HF) Állapítsuk meg a két állítás logikai kapcsolatát, azaz döntsük el, hogy igaz-e $(i) \implies (ii)$ illetve $(ii) \implies (i)$!

$$(i) x \in A \vee x \in B \quad (ii) x \in A \cap B$$

8. (HF) a) Mi a kapcsolat a véges tizedes tört alakban felírható számok halmaza és a racionális számok halmaza között?
 - b) Igaz-e, hogy minden irracionális szám végtelen tizedestört alakja egyértelmű?
 - c) Igaz-e, hogy minden racionális szám végtelen tizedestört alakja nem egyértelmű?