2013 április 15. **Az analízis megalapozása** 1. csoport

15. feladatsor

1. a) Tegyük az alábbi sorozatokat nagyságrend szerint sorba!

$$(n^7), \qquad (n^2+2^n), \qquad (100\sqrt{n}), \qquad \left(\frac{n!}{10}\right)$$

(HF) b) Keressük meg az alábbi sorozatok között az összes aszimptotikusan egyenlő párt!

$$(n!), \qquad (n^n), \qquad (n!+n^n), \qquad (\sqrt{n}), \qquad (\sqrt[n]{n}), \qquad (\sqrt{n+1}), \qquad (\sqrt[n]{2})$$

2. Határozzuk meg a határértékét, ha van!

$a)\ 0,99^n n^2 \qquad b)\ \dfrac{3^n-\sqrt{n}+n^{10}}{2^n-\sqrt[n]{n}+n!} \qquad c)\ \sqrt[n]{2^n-n^2} \qquad d)\ \left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{2n}$

$(HF) \quad e)\ \dfrac{2^n-n^{10}}{3\cdot 2^n+2\cdot n^{10}} \qquad f)\ \dfrac{2^{-n}-n^{-10}}{3\cdot 2^{-n}+2\cdot n^{-10}} \qquad g)\ \sqrt[n]{2^n+n^2}$

3. a) Igaz-e minden (a_n), (b_n) sorozatpárra (amelyre minden n-re $a_n \neq 0$, $b_n \neq 0$), hogy $a_n/b_n \to 0 \iff b_n/a_n \to \infty$?

   b) Igaz-e minden végtelenhez tartó (a_n), (b_n) sorozatpárra (amelyre minden n-re $a_n \neq 0$, $b_n \neq 0$), hogy $a_n/b_n \to 0 \iff b_n/a_n \to \infty$?

4. Legyenek (a_n) és (b_n) végtelenhez tartó sorozatok. Mi az (i) és az (ii) állítások logikai kapcsolata, azaz melyikből következik a másik?

$$(i)\ a_n \sim b_n \qquad\qquad (ii)\ a_n-b_n \to 0$$

5. (HF) Mutassunk olyan (a_n) és (b_n) sorozatokat, amelyekre $\lim_{n\to\infty} a_n = \infty$, $\lim_{n\to\infty} b_n = 0$ és

   a) $\lim_{n\to\infty}(a_n \cdot b_n) = 0$! b) $\lim_{n\to\infty}(a_n \cdot b_n) = -3$!

   c) $\lim_{n\to\infty}(a_n \cdot b_n) = \infty$! d) $\lim_{n\to\infty}(a_n \cdot b_n) = -\infty$!

   e) $a_n \cdot b_n$ oszcillálva divergens!

A feladatsorok (remélhetően) letölthetőek a `www.cs.elte.hu/anal/keleti` oldalról is.