

14. feladatsor

1. Mi az (i) és az (ii) állítások logikai kapcsolata, azaz melyikből következik a másik?

a) (i) $a_n \rightarrow 0$ (ii) $|a_n| \rightarrow 0$

b) (i) $a_n \rightarrow 3$ (ii) $|a_n| \rightarrow 3$

2. Adjunk meg adott P -hez n_0 -t a következő sorozatok esetében!

(a) $n - \sqrt{n}$ (b) $(\sqrt{1} + \sqrt{2} + \dots + \sqrt{n})/n$ (HF) (c) $(1 + \dots + n)/n$ (d) $\frac{n^2 - 10n}{10n + 100}$

3. Határozzuk meg az alábbi sorozatok határértékét (vagy lássuk be, hogy nincs határérték)!

a) $\sqrt[n]{n^2}$ b) $\sqrt[n]{n^2 + n}$ (HF) c) $\frac{1}{\sqrt[3]{1} + \sqrt[3]{2} + \dots + \sqrt[3]{n}}$ d) $\sqrt[3]{n^2 - 10n}$

4.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + n} - n) = ?$$

5. (HF) a) Igaz-e, hogy ha az (a_n) és (b_n) sorozatok konvergensek, akkor $a_n \cdot b_n$ is konvergens?

b) Igaz-e, hogy ha az (a_n) sorozat konvergens, a (b_n) sorozat pedig divergens, akkor $a_n \cdot b_n$ divergens?

c) Igaz-e, hogy ha az (a_n) és (b_n) sorozatok divergensek, akkor $a_n \cdot b_n$ is divergens?

6. (HF) Mutassunk olyan (a_n) és (b_n) sorozatokat, amelyekre $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty$, $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = -\infty$ és

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) = 0$! b) $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) = 7$!

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) = \infty$! d) $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) = -\infty$!

e) $a_n + b_n$ oszcillálva divergens!

7. (HF) Bizonyítsuk be, hogy ha $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -\infty$ és $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = -\infty$, akkor $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) = -\infty$!