

## 1. feladatsor

Az első két feladatban szándékosan szerepelnek olyan matematikai fogalmak is, amelyek nem ismernek. Ez nem okozhat gondot, mert most csak a logikai összefüggéseket kell érteni.

1. A híres Feit-Thompson-tétel azt mondja ki, hogy minden páratlan elemszámú véges csoport feloldható. A tétel alapján mit válaszolhatunk az alábbi kérdésekre? (Az is lehet, hogy semmit, vagyis a tételből semmit sem következik az adott kérdésre.)
  - a) Van-e 111 elemű nem feloldható csoport?
  - b) Van-e 112 elemű feloldható csoport?
  - c) Van-e 111 elemű feloldható csoport?
  - d) Van-e 112 elemű nem feloldható csoport?
  - e) Igaz-e, hogy ha egy véges csoport nem feloldható, akkor páros elemszámú?
  - f) Igaz-e, hogy ha egy véges csoport feloldható, akkor páratlan elemszámú?
  - g) Igaz-e, hogy minden páratlan elemszámú nem feloldható véges csoport torziómentes?
  - h) Igaz-e, hogy minden páratlan elemszámú véges csoport torziómentes vagy feloldható?
2. A matematika talán legfontosabb és leghíresebb sejtése a Riemann-sejtés, mely azt mondja ki, hogy a Riemann-féle zéta-függvény minden nem triviális komplex gyökének a valós része  $1/2$ . (A triviális gyökök a  $-2, -4, -6, \dots$ )
  - a) Bizonyítja-e a sejtést, ha találunk egy olyan nem triviális komplex gyököt, melynek a valós része  $0.5$  ?
  - b) Bizonyítja-e a sejtést, ha találunk egymillió olyan nem triviális komplex gyököt, melynek a valós része  $0.5$  ?
  - c) Megcáfolja-e a sejtést, ha találunk egy olyan nem triviális komplex gyököt, melynek a valós része  $0.498$  ?
3. Ha kedd van, akkor Belgiumban vagyunk. Melyik állítás következik ebből?
  - a) Ha szerda van, akkor nem Belgiumban vagyunk.
  - b) Ha Belgiumban vagyunk, akkor kedd van.
  - c) Ha nem Belgiumban vagyunk, akkor nincs kedd.

4. Hány olyan részhalmaza van a  $H = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$  halmaznak, amelyre igaz, hogy
- az 1 benne van a részhalmazban?
  - az 1 és a 2 benne van a részhalmazban?
  - az 1 vagy a 2 benne van a részhalmazban?
  - az 1 benne van a részhalmazban vagy a 2 nincs benne a részhalmazban?
  - ha az 1 benne van a részhalmazban, akkor a 2 benne van a részhalmazban?
  - Hány olyan részhalmaza van a  $H = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$  halmaznak, amelyekre a fenti tulajdonságok nem teljesülnek? (Ez 5 külön feladat.)
5. Egy egész számokból álló  $H$  halmazzal tudjuk, hogy valahányszor  $x$  és  $x + 1$  benne van a  $H$  halmazban valamilyen  $x$ -re, akkor  $x + 2$  is benne van  $H$ -ban. Következik-e ebből, hogy valahányszor  $y$  nincs benne  $H$ -ban, de  $y - 1$  benne van  $H$ -ban valamilyen  $y$ -ra, akkor  $y - 2$  nincs benne  $H$ -ban?
6. (HF) Fogadjuk el igaznak, hogy ki korán kel, aranyat lel. Melyik állítás igazsága következik ebből?
- Aki későn kel, nem lel aranyat.
  - Aki aranyat lelt, az korán kelt.
  - Aki nem lelt aranyat, az későn kelt.
7. (HF) Tanulni fogjuk ebben a félévben, hogy minden folytonos függvénynek van primitív függvénye. Ez és a múlt félévben tanultak alapján válaszoljunk az alábbi kérdésekre:
- Van-e olyan függvény, amelynek nincs primitív függvénye, de differenciálható?
  - Van-e olyan függvény, amelynek van primitív függvénye, de nem differenciálható?
8. (HF) Tegyük fel, hogy
- nem mind hullamosó, aki szereti a spenótot;
  - minden matematikus hullamosó, vagy legalábbis nem szereti a spenótot;
  - vagy az igaz, hogy aki nem hullamosó, az matematikus, vagy pedig az, hogy aki hullamosó, az nem matematikus.

Következik-e a fentiekből, hogy aki szereti a spenótot, az nem matematikus?

A feladatsorok (remélhetően) letölthetőek a [www.cs.elte.hu/anal/keleti/gyak](http://www.cs.elte.hu/anal/keleti/gyak) oldalról is.