

### 3. feladatsor

1. Van-e olyan  $A$  halmaz, amelyre  $\mathbb{Z} \subset A$  és  $\mathbb{Z} \in A$  is teljesül?

2. Igaz-e, hogy

a)  $(A \subset B) \wedge (B \in C) \implies A \subset C$  ?

b)  $(A \in B) \wedge (B \subset C) \implies A \in C$  ?

(HF) c)  $(A \subset B) \wedge (B \in C) \implies A \in C$  ?

(HF) d)  $(A \subset B) \wedge (B \subset C) \implies A \subset C$  ?

(HF) e)  $(A \in B) \wedge (B \in C) \implies A \in C$  ?

3. Bizonyítsuk be, hogy tetszőleges  $A, B, C$  halmazokra

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C).$$

4. Bizonyítsuk be, hogy ha  $a, b, c > 0$  és  $n \in \mathbb{N}^+$ , akkor fennállnak az alábbi egyenlőtlenségek!

$$a) n! \leq \left(\frac{n+1}{2}\right)^n \quad (HF) \quad b) a + \frac{1}{a} \geq 2 \quad (HF) \quad c) \frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} \geq 3$$

5. Írjuk fel formulákkal (szöveg nélkül)

a) azt, hogy a  $H$  halmaz pontosan 1 elemű!

b) a prímszámok halmazát!

6. (HF) Mi ez a halmaz?

a)  $\{x \in \mathbb{Z} : x^2 \leq 5\}$

b)  $\{x \in \mathbb{Z} : x^2 \leq 5 \wedge (x = 3 \vee x = -4)\}$

c)  $\{x \in \mathbb{R} : x < 2 \implies x^2 < 4\}$

7. (HF) Igaz-e tetszőleges  $A$  és  $B$  halmazokra, hogy

$$a) A \setminus B = A \cap \overline{B} ? \quad b) (A \cup B) \setminus B = A ? \quad c) (A \setminus B) \cup B = A ?$$

Amelyik nem igaz, ott döntsük el, hogy igaz-e valamelyik tartalmazás, azaz hogy igaz állítást kapunk-e (minden  $A, B$  halmazpárra), ha  $=$  helyett  $\subset$ -t vagy  $\supset$ -t írunk!

8. (HF) Az 1 m<sup>3</sup>-es téglák közül melyiknek legkisebb a felszíne?

9. (HF) Egy futó 20 kört fut, a köröket rendre  $v_1, \dots, v_{20}$  sebességgel futja.

a) A teljes távon vett átlagsebessége milyen közepe a  $v_1, \dots, v_{20}$  sebességeknek?

b) Mit kell máshogy csinálni ahhoz, hogy az átlagsebesség a számtani közép legyen?

c) Melyik esetben nagyobb az átlagsebesség?