

10. feladatsor

1. Határozzuk meg az alábbi függvények 0 körüli nulladik, első, második, harmadik valamint n -edik Taylor polinomját!

a) e^x (HF) b) e^{-x} c) $2x^2 - 3x + 4$ d) $\sin x$ e) $\log(1 + x)$

2. Bizonyítsuk be, hogy

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \left(1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6}\right)}{x^3} = 0 .$$

3. Határozzuk meg a $2x^2 - 3x + 4$ függvény 1 körüli nulladik, első, második, harmadik valamint n -edik Taylor polinomját!

4. a) Milyen a -re konvex, milyen a -ra konkáv $(0, \infty)$ -n az x^a függvény?

b) Mit kapunk, ha $f(x) = x^a$ -ra fölírjuk a Jensen egyenlőtlenséget $t_1 = \dots t_n = \frac{1}{n}$ súlyokkal?

c) Mit kapunk b)-re az $a = -1$ speciális esetben?

5. Bizonyítsuk be, hogy ha az f függvény differenciálható és konvex az I intervallumon, akkor itt a függvény grafikon érintői a grafikon alatt vannak (pontosabban a grafikon semelyik pontja sincs semelyik érintő alatt)!

(Segítség: indirekt + Lagrange középértéktétel)

6. Van-e olyan nem-konstans függvény, amely \mathbb{R} -en konkáv és mindenütt pozitív?

7. (HF) Adjunk minél több bizonyítást arra az állításra, hogy az $[x]$ függvény nem folytonos 0-ban!

8. (HF) Mondjuk ki a Cauchy-kritériumról szóló tételt az alábbi határértékekre

a) $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ b) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ c) $\lim_{x \rightarrow a-} f(x)$

Valamint házi feladat az előző feladatsorról elhalasztott összes feladat is (9., 10., 11. és amit a gyakorlaton elnapolunk)!

A feladatsorok (remélhetően) letölthetőek a www.cs.elte.hu/anal/keleti/gyak oldalról is.