

Geometriai mértékelmélet gyakorlat, 2019. február 28.

7. Gondoljuk meg, hogy $[0, 1]^d$ -ről mit mond a Frostman-lemma.

8. Vegyünk a síkon egy egységnégyzetet, és tekintsük a négyzet csúcaiból törté-
nő $0 < \lambda < 1/4$ arányú nagyításokat. Legyen K_λ az ezekhez a hasonlóságokhoz
tartozó önhasonló halmaz. Jelölje s a K_λ Hausdorff dimenzióját.

a) Mennyi s ?

b) Mutassunk végtelen sok irányt, amelyben a vetület \mathcal{H}^s mértéke 0.

c) Vegyük azokat az irányokat, amelyben a vetület \mathcal{H}^s mértéke pozitív. Mu-
tassuk meg, hogy ezen irányok halmazának a belseje nem üres.

9. Lássuk be, hogy $\overline{\dim_B A \times B} \leq \overline{\dim_B A} + \overline{\dim_B B}$.

10. Konstruáljunk olyan $B \subseteq \mathbb{R}^2$ Borel halmazt, melyre $\dim_H B = 2$, és minden
egyenesre vett vetülete üres belsejű.

11. Igaz-e, hogy ha $K \subseteq \mathbb{R}$ önhasonló, int $K \neq \emptyset$, akkor K egy szakasz?

12.* Konstruáljunk olyan K kompakt 1-halmazt ($0 < \mathcal{H}^1(K) < \infty$) a síkon,
amelynek minden egyenesre vett vetülete nullmértékű.

A feladatsorok elérhetőek a <http://www.cs.elte.hu/analysis/keleti> oldalon.