Feladatok a 2023. április 3-i geometriai mértékelmélet gyakorlatra

22. Legyen $A \subset \mathbb{R}^n$ Borel halmaz. Lássuk be, hogy A egy tetszőleges $m < n$ dimenziós altérre való vetületének Hausdorff-dimenziója legalább $\dim_H A - n + m$.

23. Lássuk be, hogy az 1-dimenziós Brown-mozgás 1 valószínűséggel semmilyen intervallumon sem monoton.

24. Legyen $f : [0,1] \to [0,1]$ szigorúan monoton növő, folytonos függvény, amire $f(0) > 0$. Bizonyítsuk be, hogy a $0, f(0), f(f(0)), \dots$ sorozat tart f legkisebb fixpontjához.

25. Hol hal meg $\mathbb{R}^3$-ben a Davies-tétel bizonyítása a Kakeya-sejtés bizonyítására?

26. Jelölje $C_{1/2}$ az $1/2$ dimenziós szimmetrikus Cantor-halmazt, és legyen $A = C_{1/2} \times \{0\}$, $B = (2C_{1/2}) \times \{1\}$. Kössük össze szakaszokkal A minden pontját B minden pontjával, legyen ezen szakaszok uniója K. Mutassuk meg, hogy K egy kompakt, nullmértékű halmaz, aminek véges sok, megfelelően elforgatott példányának az uniója egy Besicovitch halmaz.

A feladatsorok elérhetőek a `https://keletita.web.elte.hu` oldalon.