

Feladatok a 2023. március 27-i geometriai mértékelmélet gyakorlatra

17. Tegyük fel, hogy Lebesgue pozitív sok y -ra az $A \subset \mathbb{R}^2$ halmaz A^y vízszintes szekcióinak Hausdorff-dimenziója legalább $t > 0$. Bizonyítsuk be, hogy ekkor A Hausdorff-dimenziója legalább $t + 1$.

18. Vegyünk a síkon egy egységnégyzetet, és tekintsük a négyzet csúcsaiból történő $1/4$ arányú nagyításokat. Legyen K az ezekhez a hasonlóságokhoz tartozó önhasznó halmaz. Mutassuk meg, hogy K

- a) egy 1-halmaz,
- b) végtelen sok irányban a vetülete 1-nél kisebb dimenziós,
- c) m.m. irányban a vetülete nullmértékű,
- d) van olyan irány, ahol a vetület egy szakasz.

19. Legyen $A \subset \mathbb{R}^n$, $B \subset \mathbb{R}^m$. Lássuk be, hogy $\dim_H A \times B \leq \dim_H A + \overline{\dim}_B B$.

20. Bizonyítsuk be a Davies-tételt egyenesek helyett egység szakaszokra!

21. Bizonyítsuk be, hogy ha $H \subset \mathbb{R}^d$, akkor $\dim_t H \leq \dim_H H$.

A feladatsorok elérhetőek a <https://keletita.web.elte.hu> oldalon.