

Kiegészítő feladatsor: Szintvonalak, felületek, érintők

- Rajzoljuk le a következő szintvonalakat és számoljuk ki az érintő-egyenes egyenletét egy-egy pontban.
(a) $x^2 + y^2 = 1$, (b) $x^2 + 2y^2 = 4$, (c) $x^2 - y^2 = 1$, (d) $xy = 3$.
- Vázoljuk a következő szintfelületeket és számoljuk ki az érintő-sík egyenletét egy-egy pontban.
(a) $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, (b) $x^2 + y^2 - z^2 = 1$,
(c) $x^2 - y^2 - z^2 = 1$, (d) $x^2 + y^2 - z^2 = 0$.
- Határozzuk meg az $f(x, y, z) = x^2 + y^2 - z^2$ függvény szintfelületeit. Hányféle van? Hogy hívják ezeket? Nézzünk utána a másodrendű felületek neveinek [itt](#).
- Hogy néz ki az $x^4 + y^4 = 1$ egyenlet által megadott alakzat? És az $x^{88} + y^{88} = 1$? Magyarázzuk meg a jelenséget!
- Mutassuk meg, hogy azok az egyenesek, amik egy 2 területű háromszöget vágnak ki a pozitív síknegyedből, mind érintik az $xy = 1$ hiperbolát. Könnyebb belátni egy erősebb állítást: hogy az érintési pont még felezni is fogja az egyenes pozitív síknegyedbe eső szakaszát.
- Mutassuk meg, hogy az $f(x, y) = 2xy$ és a $g(x, y) = x^2 - y^2$ függvények szintvonalai merőlegesen metszik egymást. Rajzoljunk kézzel vagy bármilyen programmal egy ábrát néhány szintvonalról.
- Rajzoljuk meg az alábbi függvények néhány szintvonalát. (Javasolt wolfram alpha vagy math3d használata).
(a) $xy(x + y - 1)$, (b) $\sin(x) + \sin(y)$.
- (a) Próbáljuk kitalálni, hogyan néz ki az $x^2 + y^2 - z^2 = 1$ egyenlet által meghatározott felület, aztán ábrázoltassuk valami programmal!
(b) Nézzünk utána, hogy mi a felület neve, majd magyarázzuk meg, hogy miért így hívják!
(c) Tippeteljünk meg, hány egyenest tartalmaz a felület!
(c) Válasszuk ki a felület egy tetszőleges pontját, majd határozzuk meg a ponton átmenő érintő sík egyenletét!
(d) Határozzuk meg a felület és az érintősík metszetét! Milyen geometriai alakzatot kaptunk?
(e) Milyen naív érintődefinícióról derült ki ez alapján, hogy nem jó? Próbáljunk adni jó definíciót felületek érintősíkjára!