

## 5. Bevanal 2 kiegészítő feladatsor

(monoton sorozatok,  $e$ , részsorozatok)

1. a)  $\sup \left\{ 5 - \frac{3}{2\sqrt[3]{n} + 17} : n \in \mathbb{N}^+ \right\} = ?$     b)  $\inf \left\{ \sqrt[n]{7} : n \in \mathbb{N}^+ \right\} = ?$

2. Van-e monoton részsorozata? Van-e konvergens részsorozata?

a)  $(-1)^n$     b)  $n^2$     c)  $\cos n$     d)  $\{n \cdot \sqrt{2}\}$

3. Határozzuk meg az alábbi sorozatok határértékeiket!

a)  $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1}$     b)  $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{2n}$     c)  $\left(1 + \frac{1}{2n}\right)^{2n}$     d)  $\left(1 + \frac{1}{2n}\right)^n$

e)  $\left(\frac{n+1}{n}\right)^n$     f)  $\left(\frac{n}{n+1}\right)^n$     g)  $\left(1 - \frac{1}{n}\right)^n$     h)  $\left(1 + \frac{1}{3n}\right)^{2n}$

4. Határozzuk meg az

$$a_n = \sqrt{3 + \sqrt{3 + \dots + \sqrt{3}}}$$

sorozat határértékét, ahol  $n$  a hármasok száma a fenti kifejezésben!

5. Bizonyítsuk be, hogy tetszőleges pozitív egész  $n$  esetén

$$n! > \left(\frac{n}{e}\right)^n.$$

6. a) Bizonyítsuk be, hogy végtelenhez tartó  $(a_n), (b_n)$  sorozatok esetén az  $a_n/b_n \rightarrow 0$  és  $b_n/a_n \rightarrow \infty$  feltételek ekvivalensek!

b) Bizonyítsuk be, hogy a fenti állítás hamis lenne, ha nem kötnénk ki, hogy az  $(a_n)$  és  $(b_n)$  sorozatok végtelenhez tartanak!

7. A gonosz ellenség egy négyzet alakú hatalmas négyzetrács minden sorába véletlenszerűen egy-egy aknát tett. Mennyi körülbelül a valószínűsége annak, hogy a bátor, de drága harci robotunk egy adott oszlopon végig tud gurulni felrobbanás nélkül?